Wiederholung:

Wiederholung:
eindim. harmonischer Oszillator

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Energiespektrum: $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, $n = 0, 1, 2, ...$
  - diskret
  - Grundzustandsenergie: $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega > 0$

Wiederholung: eindim. harmonischer Oszillator

- Energiespektrum: $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, $n = 0, 1, 2, ...$
  - diskret
  - Grundzustandsenergie: $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega > 0$
- Wellenfunktionen:
  - Grundzustand: $\hat{a}|0\rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$
  - angeregte Zustände: $|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}}\left(\hat{a}^\dagger\right)^n|0\rangle \quad \Rightarrow \quad \varphi_n(x) \sim H_n(x)\, e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$

    $H_n(x)$: „Hermite-Polynome”

    = gerade oder ungerade Polynome n-ten Grades

Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Zentralpotenzial: $V(\vec{x}) = V(r)\,, \quad r = |\vec{x}|$
- zeitunabh. SG: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle + V(r)\right)\phi(\vec{x}) = E\phi(\vec{x})\,, \qquad \triangle = \triangle(r,\theta,\varphi)$

Wiederholung:

- Zentralpotenzial: $V(\vec{x}) = V(r)\,, \quad r = |\vec{x}|$
- zeitunabh. SG: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle + V(r)\right)\phi(\vec{x}) = E\phi(\vec{x})\,, \qquad \triangle = \triangle(r,\theta,\varphi)$
- 1. Separationsansatz: $\phi(\vec{x}) = \phi(r,\theta,\varphi) = R(r)\,Y(\theta,\varphi)$
  - Radialanteil: $\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial R}{\partial r}) - \frac{2mr^2}{\hbar^2}(V-E)R = \lambda R\,, \qquad \lambda = const.$
  - Winkelanteil: $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2} = -\lambda Y \qquad$ (unabhängig von V)

Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Zentralpotenzial: $V(\vec{x}) = V(r)\,, \quad r = |\vec{x}|$
- zeitunabh. SG: $\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\triangle + V(r)\right)\phi(\vec{x}) = E\phi(\vec{x})\,, \qquad \triangle = \triangle(r,\theta,\varphi)$
- 1. Separationsansatz: $\phi(\vec{x}) = \phi(r,\theta,\varphi) = R(r)Y(\theta,\varphi)$
  - Radialanteil: $\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial R}{\partial r}) - \frac{2mr^2}{\hbar^2}(V-E)R = \lambda R\,, \qquad \lambda = const.$
  - Winkelanteil: $\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial Y}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y}{\partial\varphi^2} = -\lambda Y$ (unabhängig von V)
- 2. Separationsansatz: $Y(\theta,\varphi) = v(\theta)w(\varphi)$
  - φ-Anteil: $\frac{\partial^2 w}{\partial\varphi^2} = -m^2 w\,, \qquad m = const.$
  - Randbedingung: $w(2\pi) = w(0)$
  - Lösung: $w(\varphi) = e^{im\varphi}, \quad m = 0, \pm1, \pm2, ...$