Wiederholung

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Motivation der Schrödinger-Gleichung
  - ebene Welle: $\psi(\vec{x}, t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)}$
  - Einstein: $E = \hbar\omega$ $\rightarrow$ Energieoperator $\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$
  - de Broglie: $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ $\rightarrow$ Impulsoperator $\hat{\vec{p}} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$
  - nicht-relativistische Energie-Impuls-Beziehung: $E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} + V$

  $\rightarrow$ Schrödinger-Gleichung: $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^{\,2} + V\right)\psi$

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Motivation der Schrödinger-Gleichung
  - ebene Welle: $\psi(\vec{x}, t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$
  - Einstein: $E = \hbar\omega$ $\quad\rightarrow\quad$ Energieoperator $\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$
  - de Broglie: $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ $\quad\rightarrow\quad$ Impulsoperator $\hat{\vec{p}} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$
  - nicht-relativistische Energie-Impuls-Beziehung: $E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} + V$

  $\rightarrow$ Schrödinger-Gleichung: $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^{\,2} + V\right)\psi$

- Normierung: $\int d^3x\, \rho(\vec{x}, t) = \int d^3x |\psi(\vec{x}, t)|^2 = 1$
  - Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen irgendwo im Raum zu finden, ist gleich eins.
  - Zusatzbedingung an die Wellenfunktion: Quadratintegrabilität

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wahrscheinlichkeitserhaltung
  - Kontinuitätsgleichung: $\frac{\partial \rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{x},t) = 0$
  - Wahrscheinlichkeitsdichte: $\rho(\vec{x},t) = \psi^* \psi$
  - Wahrscheinlichkeitsstromdichte: $\vec{j}(\vec{x},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*\right)$

Wiederholung

- Wahrscheinlichkeitserhaltung
  - Kontinuitätsgleichung: $\frac{\partial \rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{x}, t) = 0$
  - Wahrscheinlichkeitsdichte: $\rho(\vec{x}, t) = \psi^* \psi$
  - Wahrscheinlichkeitsstromdichte: $\vec{j}(\vec{x}, t) = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^* \right)$
  - zeitliche Änderung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Volumen $\mathcal{V}$:

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} d^3x \rho(\vec{x}, t) = - \int_{\partial\mathcal{V}} d\vec{S} \cdot \vec{j}(\vec{x}, t)$$

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wahrscheinlichkeitserhaltung
  - Kontinuitätsgleichung: $\frac{\partial\rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{x},t) = 0$
  - Wahrscheinlichkeitsdichte: $\rho(\vec{x},t) = \psi^*\psi$
  - Wahrscheinlichkeitsstromdichte: $\vec{j}(\vec{x},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right)$
  - zeitliche Änderung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Volumen $\mathcal{V}$:

    $$\frac{d}{dt}\int_{\mathcal{V}} d^3x\,\rho(\vec{x},t) = -\int_{\partial\mathcal{V}} d\vec{S}\cdot\vec{j}(\vec{x},t)$$

    = Wahrscheinlichkeitsfluss durch die Oberfläche von $\mathcal{V}$.

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Wahrscheinlichkeitserhaltung
  - Kontinuitätsgleichung: $\frac{\partial \rho(\vec{x},t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}(\vec{x},t) = 0$
  - Wahrscheinlichkeitsdichte: $\rho(\vec{x},t) = \psi^*\psi$
  - Wahrscheinlichkeitsstromdichte: $\vec{j}(\vec{x},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*\right)$
  - zeitliche Änderung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Volumen $\mathcal{V}$:

    $$\frac{d}{dt}\int\limits_{\mathcal{V}} d^3x\,\rho(\vec{x},t) = -\int\limits_{\partial\mathcal{V}} d\vec{S}\cdot\vec{j}(\vec{x},t)$$

    = Wahrscheinlichkeitsfluss durch die Oberfläche von $\mathcal{V}$.
  - $\mathcal{V}$ = gesamter Raum $\quad\Rightarrow\quad \frac{d}{dt}\int d^3x\,\rho(\vec{x},t) = 0$ (Teilchenzahlerhaltung)