Wiederholung

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Fourier-Transformierte der Wellenfunktion:
  - $\tilde{\psi}(\vec{p}, t) = \int \frac{d^3x}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \psi(\vec{x}, t)$ „Wellenfunktion im Impulsraum"
  - $\psi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \tilde{\psi}(\vec{p}, t)$
  - eindeutig miteinander verknüpft
    $\Rightarrow$ äquivalente Beschreibungen des Zustands eines Teilchens

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Fourier-Transformierte der Wellenfunktion:
  - $\tilde{\psi}(\vec{p}, t) = \int \frac{d^3x}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\, e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \psi(\vec{x}, t)$ „Wellenfunktion im Impulsraum"
  - $\psi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\, e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{x}}\, \tilde{\psi}(\vec{p}, t)$
  - eindeutig miteinander verknüpft
    $\Rightarrow$ äquivalente Beschreibungen des Zustands eines Teilchens
  - Normierung: $\int d^3x |\psi(\vec{x}, t)|^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \int d^3p |\tilde{\psi}(\vec{p}, t)|^2 = 1$
  - Interpretation:
    $\tilde{\rho}(\vec{p}, t) = |\tilde{\psi}(\vec{p}, t)|^2$ = Wahrscheinlichkeitsdichte, den Teilchenimpuls $\vec{p}$ zu messen

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Jeder Observablen A entspricht ein Operator $\hat{A}$
  - Ortsraumdarstellung: $\hat{A}_{Ort}$, Impulsraumdarstellung: $\hat{A}_{Imp}$
  - Bsp:: $\hat{\vec{x}}_{Ort} = \vec{x}$, $\hat{\vec{p}}_{Ort} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$, $\hat{\vec{p}}_{Imp} = \vec{p}$, $\hat{\vec{x}}_{Imp} = i\hbar\vec{\nabla}_{\vec{p}}$

Wiederholung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Jeder Observablen A entspricht ein Operator $\hat{A}$
  - Ortsraumdarstellung: $\hat{A}_{Ort}$, Impulsraumdarstellung: $\hat{A}_{Imp}$
  - Bsp:: $\hat{\vec{x}}_{Ort} = \vec{x}$, $\hat{\vec{p}}_{Ort} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$, $\hat{\vec{p}}_{Imp} = \vec{p}$, $\hat{\vec{x}}_{Imp} = i\hbar\vec{\nabla}_{\vec{p}}$

- Erwartungswert = Mittelwert vieler unabhängiger Messungen:

$$\langle \hat{A} \rangle(t) = \int d^3x\, \psi^*(\vec{x},t)\, \hat{A}_{Ort}\, \psi(\vec{x},t) = \int d^3p\, \tilde{\psi}^*(\vec{p},t)\, \hat{A}_{Imp}\, \tilde{\psi}(\vec{p},t)$$

Wiederholung

- Jeder Observablen A entspricht ein Operator $\hat{A}$
  - Ortsraumdarstellung: $\hat{A}_{Ort}$, Impulsraumdarstellung: $\hat{A}_{Imp}$
  - Bsp:: $\hat{\vec{x}}_{Ort} = \vec{x}$, $\hat{\vec{p}}_{Ort} = \frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}$, $\hat{\vec{p}}_{Imp} = \vec{p}$, $\hat{\vec{x}}_{Imp} = i\hbar\vec{\nabla}_{\vec{p}}$
- Erwartungswert = Mittelwert vieler unabhängiger Messungen:

$$\langle\hat{A}\rangle(t) = \int d^3x\,\psi^*(\vec{x},t)\,\hat{A}_{Ort}\,\psi(\vec{x},t) = \int d^3p\,\tilde{\psi}^*(\vec{p},t)\,\hat{A}_{Imp}\,\tilde{\psi}(\vec{p},t)$$

- Schwankungen um den Mittelwert:
  - $\langle\hat{A} - \langle\hat{A}\rangle\rangle = 0$
  - $\langle(\hat{A} - \langle\hat{A}\rangle)^2\rangle = \langle\hat{A}^2\rangle - \langle\hat{A}\rangle^2 \overset{i.A.}{\neq} 0$
  - Unschärfe: $\Delta A = \sqrt{\langle(\hat{A} - \langle\hat{A}\rangle)^2\rangle} = \sqrt{\langle\hat{A}^2\rangle - \langle\hat{A}\rangle^2}$