

---

# Wiederholung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x})\chi(t)$



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x})\chi(t)$

- ▶  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = E\chi(t) \Rightarrow \chi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x})\chi(t)$

- ▶  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = E\chi(t) \Rightarrow \chi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

- ▶  $\hat{H}\varphi(\vec{x}) = E\varphi(\vec{x})$  zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x})\chi(t)$

- ▶  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = E\chi(t) \Rightarrow \chi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

- ▶  $\hat{H}\varphi(\vec{x}) = E\varphi(\vec{x})$  zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung

- ▶  $|\psi(\vec{x}, t)|^2 = |\varphi(\vec{x})|^2$  zeitunabhängig

- $\Rightarrow$  Normierung:  $\int d^3x |\varphi(\vec{x})|^2 = 1$



- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x})\chi(t)$

- ▶  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = E\chi(t) \Rightarrow \chi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$

- ▶  $\hat{H}\varphi(\vec{x}) = E\varphi(\vec{x})$  zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung

- ▶  $|\psi(\vec{x}, t)|^2 = |\varphi(\vec{x})|^2$  zeitunabhängig

- $\Rightarrow$  Normierung:  $\int d^3x |\varphi(\vec{x})|^2 = 1$

- ▶  $\langle \hat{A} \rangle = \int d^3x \varphi^*(\vec{x}) \hat{A}(\vec{x}) \varphi(\vec{x})$  zeitunabhängig

- ▶ Schrödinger-Gleichung mit zeitunabhängigem Potenzial:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{x}) \right) \psi(\vec{x}, t) = \hat{H}(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t)$$

- ▶ Separationsansatz:  $\psi(\vec{x}, t) = \varphi(\vec{x}) \chi(t)$

- ▶  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = E \chi(t) \Rightarrow \chi(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} E t}$

- ▶  $\hat{H} \varphi(\vec{x}) = E \varphi(\vec{x})$  zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung

- ▶  $|\psi(\vec{x}, t)|^2 = |\varphi(\vec{x})|^2$  zeitunabhängig

- $\Rightarrow$  Normierung:  $\int d^3x |\varphi(\vec{x})|^2 = 1$

- ▶  $\langle \hat{A} \rangle = \int d^3x \varphi^*(\vec{x}) \hat{A}(\vec{x}) \varphi(\vec{x})$  zeitunabhängig

- ▶  $\langle \hat{H} \rangle = E, \quad \Delta H = 0$



- ▶ eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ Außenraum:  $\varphi(x) = 0$

- ▶ eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ Außenraum:  $\varphi(x) = 0$

- ▶ Innenraum:  $\varphi(x) = C \sin(kx) + D \cos(kx), \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

- ▶ eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ Außenraum:  $\varphi(x) = 0$
- ▶ Innenraum:  $\varphi(x) = C \sin(kx) + D \cos(kx)$ ,  $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$
- ▶ Anschlussbedingung: Stetigkeit bei  $x = 0$  und  $x = a$   
 $\Rightarrow \varphi(x) = \varphi_n(x) = C \sin(k_n x)$ ,  $k_n = \frac{n\pi}{a}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$