Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wiederholung:
eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$

Wiederholung: eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

- $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$
- diskrete Lösungen und Energien:
  - $\varphi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) & \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
  - $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$

Wiederholung: eindimensionaler unendlich hoher Potenzialtopf

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$

- diskrete Lösungen und Energien:
  - $\varphi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) & \text{für} \quad 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
  - $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ $\qquad n = 1, 2, 3, \ldots$

- Die φ_n sind orthonormal und vollständig:
  - $\int dx \, \varphi_m^*(x) \varphi_n(x) = \delta_{mn}$
  - $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi_n(x) \quad \text{mit} \quad c_n = \int dx \, \varphi_n^*(x) f(x)$

Wiederholung: Nicht-stationäre Wellenfunktionen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- stationäre Basis: $\hat{H}\varphi_n(\vec{x}) = E_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad \psi_n(\vec{x},t) = \varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$
- Entwicklung einer beliebigen Wellenfunktion bei $t = 0$:

$$\psi(\vec{x},0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad c_n = \int d^3x\, \varphi_n^*(x)\psi(\vec{x},0)$$

Wiederholung: Nicht-stationäre Wellenfunktionen

- stationäre Basis: $\hat{H}\varphi_n(\vec{x}) = E_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad \psi_n(\vec{x},t) = \varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$
- Entwicklung einer beliebigen Wellenfunktion bei $t = 0$:

$$\psi(\vec{x},0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad c_n = \int d^3x\, \varphi_n^*(x)\psi(\vec{x},0)$$

- Zeitentwicklung: $\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\psi_n(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$

$$\Rightarrow \quad \hat{H}\psi(\vec{x},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t)$$

Wiederholung:
Nicht-stationäre Wellenfunktionen

- stationäre Basis: $\hat{H}\varphi_n(\vec{x}) = E_n\varphi_n(\vec{x})$, $\quad \psi_n(\vec{x},t) = \varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$
- Entwicklung einer beliebigen Wellenfunktion bei $t = 0$:

$$\psi(\vec{x},0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad c_n = \int d^3x\, \varphi_n^*(x)\psi(\vec{x},0)$$

- Zeitentwicklung: $\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\psi_n(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$

$$\Rightarrow \quad \hat{H}\psi(\vec{x},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t)$$

- Normierung: $\int d^3x\, \psi^*(\vec{x},t)\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 = 1$

Wiederholung: Nicht-stationäre Wellenfunktionen

- stationäre Basis: $\hat{H}\varphi_n(\vec{x}) = E_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad \psi_n(\vec{x},t) = \varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$
- Entwicklung einer beliebigen Wellenfunktion bei $t = 0$:

$$\psi(\vec{x},0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad c_n = \int d^3x\,\varphi_n^*(x)\psi(\vec{x},0)$$

- Zeitentwicklung: $\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\psi_n(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$

$$\Rightarrow \quad \hat{H}\psi(\vec{x},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t)$$

- Normierung: $\int d^3x\,\psi^*(\vec{x},t)\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 = 1$
- mittlere Energie: $\langle\hat{E}\rangle = \int d^3x\,\psi^*(\vec{x},t)\,i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\,\psi(\vec{x},t) = \langle\hat{H}\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 E_n$

Wiederholung:
Nicht-stationäre Wellenfunktionen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- stationäre Basis: $\hat{H}\varphi_n(\vec{x}) = E_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad \psi_n(\vec{x},t) = \varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$
- Entwicklung einer beliebigen Wellenfunktion bei $t = 0$:

$$\psi(\vec{x},0) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x}), \qquad c_n = \int d^3x\, \varphi_n^*(x)\psi(\vec{x},0)$$

- Zeitentwicklung: $\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\psi_n(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n\varphi_n(\vec{x})e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$

$$\Rightarrow \quad \hat{H}\psi(\vec{x},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t)$$

- Normierung: $\int d^3x\, \psi^*(\vec{x},t)\psi(\vec{x},t) = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 = 1$
- mittlere Energie: $\langle\hat{E}\rangle = \int d^3x\, \psi^*(\vec{x},t)\, i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\,\psi(\vec{x},t) = \langle\hat{H}\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 E_n$
- Energieunschärfe: $\langle\hat{H}^2\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 E_n^2 \quad \Rightarrow \quad (\Delta E)^2 = (\Delta H)^2 \overset{i.A.}{\neq} 0$