Wiederholung:

Wiederholung:

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Hilbert-Raum

  = vollständiger komplexer Vektorraum mit Skalarprodukt (oft ∞-dim.)

Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Hilbert-Raum

  = vollständiger komplexer Vektorraum mit Skalarprodukt (oft ∞-dim.)

- quantenmechanischer Hilbert-Raum:

  Menge der quadratintegrablen Lösungen der SG eines gegebenen Hamilton-Operators

  - Abgeschlossenheit (= Superpositionsprinzip):

    ψ_1, ψ_2 normierbare Lösungen der SG

    $\Rightarrow \quad \psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ normierbare Lsg. der SG für komplexe $c_{1,2}$

  - Skalarprodukt: $\quad \int d^3x\, \psi_1^*(\vec{x}, t)\psi_2(\vec{x}, t)$

  - Vollständigkeit:

    Es existiert eine diskrete Orthonormalbasis $\{\varphi_n(\vec{x})\}$,

    in der jede normierbare Lsg. der SG dargestellt werden kann:

    $\psi(\vec{x}, t) = \sum_n c_n(t)\varphi_n(\vec{x})$

Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Zustände = Vektoren im q.m. Hilbert-Raum
  - Ortsraumdarstellung: $\psi(\vec{x}, t)$
  - Impulsraumdarstellung: $\tilde{\psi}(\vec{p}, t)$
  - darstellungsunabhängig: $|\psi(t)\rangle$

- Skalarprodukt: $\langle\psi|\varphi\rangle$
  - Ortsraumdarstellung: $\langle\psi|\varphi\rangle = \int d^3x\, \psi^*(\vec{x}, t)\varphi(\vec{x}, t)$
  - Impulsraumdarstellung: $\langle\psi|\varphi\rangle = \int d^3p\, \tilde{\psi}^*(\vec{p}, t)\tilde{\varphi}(\vec{p}, t)$
  - normiert: $\langle\psi|\psi\rangle = 1$
  - orthogonal: $\langle\psi|\varphi\rangle = 0$
  - orthonormal: $\langle\psi_m|\psi_n\rangle = \delta_{mn}$

Wiederholung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Observable $\leftrightarrow$ lineare hermitesche Operatoren
  - allgemeiner Operator $\hat{A}$,
    hermitesch adjungierter Operator $\hat{A}^\dagger$: $\langle\varphi|\hat{A}\psi\rangle = \langle\hat{A}^\dagger\varphi|\psi\rangle$
  - hermitescher Operator: $\hat{A}^\dagger = \hat{A}$
  - linearer Operator: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Erwartungswert: $\langle\hat{A}\rangle = \langle\psi|\hat{A}\psi\rangle$
  - für hermitesche Operatoren reell
- „Matrixelemente”: $\langle\varphi|\hat{A}\psi\rangle \equiv \langle\varphi|\hat{A}|\psi\rangle$