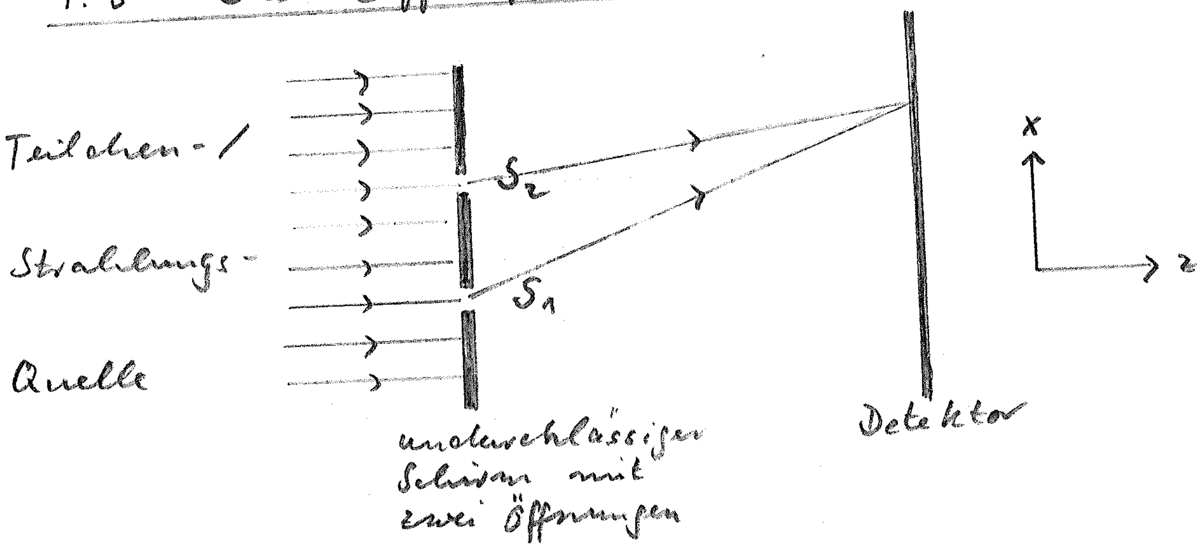
1.3 Das Doppelspaltexperiment



Wenn die Spalte 1 oder 2 jeweils <u>einzeln</u> geöffnet werden, misst der Detektor am Ort x die Intensität (= Zahl der eintreffenden Teilchen oder Energie pro Zeit und Fläche) $I_1(x)$ bzw. $I_2(x)$.
Was misst der Detektor, wenn beide Spalte <u>gleichzeitig</u> geöffnet sind?

a) Quelle sendet klassische Teilchen aus (z.B. Schrotkugeln)

Wirkung von S_1 und S_2 unabhängig

$$\Rightarrow \quad I(x) = I_1(x) + I_2(x)$$

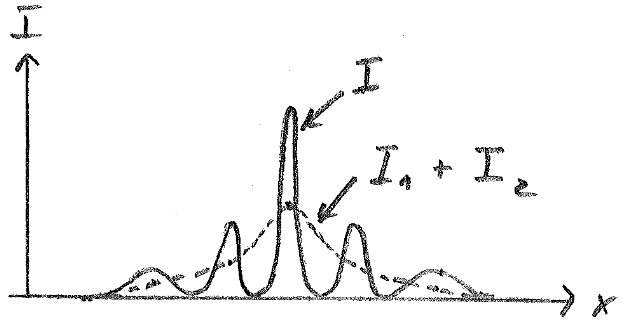
b) Quelle sendet Licht aus:

Intensität von Licht: $I \sim |A|^2$
(A = Amplitude der elektromagnet. Welle)

$$A(x) = A_1(x) + A_2(x)$$

$$\Rightarrow \quad |A(x)|^2 = |A_1(x) + A_2(x)|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + \underbrace{2\,\mathrm{Re}\,A_1^* A_2}_{\text{Interferenz}}$$

$$\Rightarrow \quad I(x) = I_1(x) + I_2(x) + I_{\text{Interferenz}}(x)$$



c) Quelle sendet nacheinander einzelne Photonen aus:

- Der Detektor „sieht" einzelne Teilchen,
  d.h. er registriert das Eintreffen von Energie-Portionen $E = h\nu$ an lokalisierten Orten x
  (nur durch die Detektorgenauigkeit begrenzt)

- Die einzelnen Auftrefforte sind nicht vorhersagbar.

- aber: Die Auftrefforte ergeben nach und nach das Interferenzmuster einer Welle.

- Das Interferenzmuster verschwindet, wenn jeweils ein Spalt geschlossen wird oder wenn zusätzlich gemessen wird, durch welchen Spalt das Photon fliegt.

d) Quelle sendet Materieteilchen aus, z.B. Elektronen

- gleiches Verhalten wie unter b) und c)

1.4 Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeiten: Die Schrödinger-Gl. und statist. Interpretation der QM

Das Doppelspaltexperiment lässt sich mit unserer klassischen Anschauung nicht „verstehen".
Man hat aber gelernt, damit „umzugehen":

Die Auftrefforte der Teilchen (Elektronen, Photonen, ...) können im Einzelfall nicht vorhergesagt werden, die Verteilung der Auftrefforte vieler Teilchen entspricht aber dem Interferenzmuster einer Welle.

→ statistische Beschreibung:
Das Interferenzmuster gibt die Wahrscheinlichkeit wieder, ein Teilchen an einem bestimmten Ort zu messen.

zentrale Größe:

Wellenfunktion $\psi(\vec{x}, t)$

⇝ $\rho(\vec{x}, t) := |\psi(\vec{x}, t)|^2$: Wahrscheinlichkeitsdichte, das Teilchen zur Zeit t am Ort $\vec{x}$ zu finden.

(d.h. $\int_V d^3x \, |\psi(\vec{x}, t)|^2$ ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen zur Zeit t im Volumen V zu finden.)

⇝ $\psi(\vec{x}, t)$ = Wahrscheinlichkeitsamplitude

- Warum $|\psi|^2$?

  - Wahrscheinlichkeiten müssen pos. definit sein, während Wellenfunktionen oszillieren und daher auch negativ sein können (Voraussetzung für destruktive Interferenz).
  - E-Dynamik: $I \sim \vec{E}^2 + \vec{B}^2$
  - Quantenmechanik: ψ ist komplex (s.u.)

- Die Zeitentwicklung der Wellenfkt. nicht-relativist. Teilchen wird durch eine partielle Dgl. beschrieben:

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x},t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{x})\right)\psi(\vec{x},t)}$$

„Schrödinger-Gleichung" (1926)

$$\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \text{Laplace-Operator}$$

m : Masse des beschriebenen Teilchens

$V(\vec{x})$ = potenzielle Energie

$$\hat{H} := -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V \qquad \text{„Hamilton-Operator"}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi}$$