Prof. Dr. J. Wambach
Institut für Kernphysik

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Theorie klassischer Teilchen und Felder II

12. Übungsblatt

16. Januar 2007

Aufgabe 34 (schriftlich):

Die Sonne strahlt auf eine zum Strahl senkrecht stehende Fläche auf der Erde mit einer mittleren Leistung von $1400\,J/(m^2\,s)$ ein. Berechnen Sie:

a) die elektrische und magnetische Feldstärke an der Erdoberfläche im quadratischen Mittel (es gelte $\epsilon_r \approx \mu_r \approx 1$);

b) den Strahlungsdruck auf die Fläche bei vollständiger Absorption der Strahlung Hinweis: Benutzen Sie den Impulstensor der elektromagnetischen Strahlung.

Aufgabe 35 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

Im Folgenden sollen Sie die Eigenschaften eines Gauß'schen Wellenpaketes untersuchen. Betrachten Sie hierzu die Lösung

$$H_\pm(z,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk\ b(k)\ e^{i(kz \pm \omega t)}$$

der homogenen Wellengleichung mit der Gewichtsfunktion

$$b(k) = \frac{2}{\Delta k_0 \sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{4(k-k_0)^2}{\Delta k_0^2}\right).$$

a) Vergegenwärtigen Sie sich die Form der Gewichtsfunktion in einer Skizze. Zeigen Sie, dass die Fläche unter der Gewichtsfunktion gleich eins ist.

b) Berechnen Sie $H_\pm(z,t)$ unter der Annahme dass

$$H_\pm(z,t) \approx e^{i(k_0 z \pm \omega_0 t)} \int_{-\infty}^{+\infty} dq\ b(k_0+q)\ e^{iq(z \pm v_g t)}$$

(siehe Vorlesung), wobei $q = k - k_0$ und $v_g = d\omega/dk$ die Gruppengeschwindigkeit bezeichnet.

c) Bestimmen Sie die Breite des Wellenpackets als Abstand zwischen den Punkten bei denen die Amplitude auf den e-ten Teil der Maximalamplitude abgefallen ist. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 36 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass ebene Wellen

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}; \qquad \vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)};$$

als Lösung der homogenen Wellengleichung folgende Eigenschaften besitzen: (i) $\vec{E}(\vec{r},t)$ erfüllt die Wellengleichung, (ii) $\vec{E}(\vec{r},t)\perp\vec{k}$ und (iii) $\omega\vec{B}_0 = \vec{k}\times\vec{E}_0$.

Im Folgenden sollen Sie zeigen, dass durch das Vektorpotenzial $\vec{A}(\vec{r},t) = A(x-ct)\vec{e}_z$ mit quadratintegrablem $A(x-ct)$ und skalarem Potenzial $\varphi = 0$ eine ebene Welle beschrieben wird. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r},t)$ sowie die magnetische Induktion $\vec{B}(\vec{r},t)$.

b) Überprüfen Sie die Eigenschaften (i)-(iii).

c) Berechnen Sie die Energiedichte $w = \frac{1}{2}(\epsilon_0\vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0}\vec{B}^2)$.

d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E}\times\vec{B})$.

e) Was folgt aus der Energieerhaltung (Poynting'scher Satz) ?