Prof. Dr. J. Wambach
Institut für Kernphysik

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Theorie klassischer Teilchen und Felder II

13. Übungsblatt

23. Januar 2007

Aufgabe 37 (schriftlich):

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Telegraphengleichung für die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ in einem leitenden Medium durch

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{-(\gamma\omega/c)z} e^{i\omega[(\bar{n}/c)z-t]}$$

gelöst wird. Hierbei ist $\bar{n}$ der Realteil des komplexen Brechungsindex und γ (=Extinktionskoeffizient) der Imaginärteil. Die Welle breitet sich oBdA in z-Richtung aus. Die zugehörige magnetische Induktion ist gegeben als $\vec{B} = 1/\bar{u}(\vec{e}_z \times \vec{E})$ mit $\bar{u} = c/(\bar{n} + i\gamma)$. Berechnen Sie

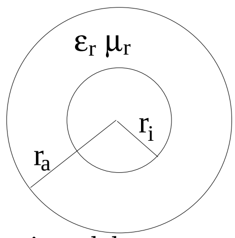
(a) die zeitgemittelte Energiestromdichte,

(b) die zeitgemittelte Energiedichte und

(c) den Zusammenhang beider Größen. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 38 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

Gegeben sei ein Koaxialkabel mit der Achse parallel zur z-Achse, wie nebenstehend im Querschnitt angedeutet. Der Radius des inneren Leiters sei r_i, des äußeren r_a. Zwischen den Leitern sei ein Medium mit den Materialparametern ϵ_r und μ_r eingebracht.



Betrachten Sie nun eine sogenannte 'TEM-Welle', d.h. eine elektromagnetische Welle bei der sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld transversal polarisiert sind,

$$\vec{E} = \vec{E}_\perp(\rho,\phi)e^{i(kz-\omega t)}; \qquad \vec{B} = \vec{B}_\perp(\rho,\phi)e^{i(kz-\omega t)}$$

mit $\vec{E}_\perp \cdot \vec{e}_z = \vec{B}_\perp \cdot \vec{e}_z = 0$.

(a) Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen her:

1) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_\perp = \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_\perp = 0$

2) $\vec{\nabla} \times \vec{E}_\perp = \vec{\nabla} \times \vec{B}_\perp = 0$

3) $\vec{B}_\perp = \frac{k}{\omega}(\vec{e}_z \times \vec{E}_\perp)$

4) $\vec{E}_\perp = -\frac{k}{\omega}\frac{1}{\epsilon_0\epsilon_r\mu_0\mu_r}(\vec{e}_z \times \vec{B}_\perp)$ B.w.

(b) Aus (a1) folgt $\vec{E}_\perp = -\vec{\nabla}\Phi(\rho,\omega)$. Finden Sie eine Lösung zu (a1) aus $\triangle\Phi = 0$ mit den Randbedingungen $\Phi(\rho = r_a) = a$ und $\Phi(\rho = r_i) = b$.

(c) Welche Form haben $\vec{E}$ und $\vec{B}$?

(d) Berechnen Sie den Poynting-Vektor.

Aufgabe 39 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

Verifizieren Sie folgende Darstellung der Stufenfunktion,

$$\Theta(t) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{e^{-ixt}}{x + i0^+}$$

wobei 0^+ eine kleine positive Zahl bezeichnet.
Hinweis: Benutzen Sie den Residuensatz.