Prof. Dr. J. Wambach
Institut für Kernphysik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Theorie klassischer Teilchen und Felder II

2. Übungsblatt

24. Oktober 2006

Aufgabe 4 (schriftlich):
Lösen Sie die Differenzialgleichung der erzwungenen Schwingung

$$\ddot{q} + 2\gamma\dot{q} + \omega_0^2 q = k(t) \quad \text{mit} \quad k(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 0 \\ k_0\, t/\tau & \text{für} \quad 0 \le t \le \tau \\ 0 & \text{für} \quad t > \tau \end{cases}$$

für den Fall, dass der Oszillator für $t < 0$ an der Stelle $q = 0$ ruht. Es gelte $\tau \gg \gamma^{-1} > \omega_0^{-1}$.
Hinweis: Integrieren Sie die Differenzialgleichung in den beiden Intervallen $0 \le t \le \tau$ und $t > \tau$ getrennt und verwenden Sie geeignete Stetigkeitsbedingungen.
Veranschaulichen Sie sich $x(t)$ für $t > 0$ und hierbei insbesondere für $t > \tau$.

Aufgabe 5 (in der Übungsgruppe):
In einem einfachen Modell für Gitterkräfte bewege sich ein Gitteratom unter dem Einfluss einer elastischen Kraft $F_1 = -fq$ $(f > 0)$ und einer abstoßenden Kraft $F_2 = a/q^3$ $(a > 0)$.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und integrieren Sie diese. Multiplizieren Sie hierzu die Bewegungsgleichungen mit $\dot{q}$.

b) Für welche Integrationskonstanten ergeben sich dauernde Ruhe, kleine Schwingungen um die Ruhelage und Kippschwingungen (das sind Schwingungen der Form $q \sim |\sin(\omega t + \delta)|$) ? Diskutieren Sie anhand dieser Grenzfälle die allgemeine Lösung aus Aufgabenteil (a).

Aufgabe 6 (in der Übungsgruppe):
Ein Massenpunkt m bewege sich im Potential

$$V(q) = V_0 \left(2e^{-\alpha(q-q_0)} - e^{-2\alpha(q-q_0)}\right), \quad \alpha > 0, q_0 > 0, V_0 < 0.$$

a) Für die Gesamtenergie $V_0 < E < 0$ ist die bewegung des Massenpunktes auf ein bestimmtes Intervall $[q_1, q_2]$ beschränkt. Berechnen Sie q_1 und q_2 in Abhängigkeit von $\epsilon = E/V_0$ $(0 < \epsilon < 1)$.

b) Berechnen Sie für die in (a) beschriebene Situation $q(t)$ mit den Anfangsbedingungen $q(0) = q_1$ und $\dot{q}(0) = 0$. Verwenden Sie hierzu den Energiesatz und führen Sie die Variable $y = \exp[\alpha(x - x_0)]$ ein.

c) Wie sieht die Lösung in den Grenzfällen $\epsilon \to 1$ und $\epsilon \to 0$ aus ? Diskutieren Sie das Ergebnis.