

Theorie klassischer Teilchen und Felder II

9. Übungsblatt

5. Dezember 2006

Aufgabe 25 (schriftlich):

Gegeben sind zwei konzentrische Zylinderschalen mit Radien R_i und R_a . Die innere Schale sei homogen mit der Flächenladungsdichte σ_i belegt, die äußere Schale homogen mit σ_a geladen. Zwischen den Schalen befinde sich ein isotropes Dielektrikum ϵ_r . Berechnen Sie das Verhältnis von σ_i und σ_a , wenn sowohl innerhalb der inneren Zylinderschale als auch außerhalb der äußeren Zylinderschale kein elektrisches Feld vorhanden ist. Berechnen Sie für diesen Fall das elektrische Feld zwischen den beiden Schalen und die elektrostatische Energie pro Längeneinheit des Zylinders.

Aufgabe 26 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

Auf der Oberfläche einer Hohlkugel mit Radius R sei eine Ladung Q homogen verteilt. Die Kugel rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um ihren Durchmesser.

- Bestimmen Sie die dadurch erzeugte Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$.
- Bestimmen Sie die Komponenten des Vektorpotentials $\vec{A}(\vec{r})$ und der magnetischen Induktion $\vec{B}(\vec{r})$.
- Was ergibt sich für das magnetische Moment

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int d^3r (\vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}))$$

der Hohlkugel ?

Aufgabe 27 (in der Übungsgruppe vorzutragen):

Bestimmen Sie das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ innerhalb und außerhalb eines langen zylindrischen stromdurchflossenen Leiters mit Radius a und konstanter Stromdichte $\vec{j} = j\vec{e}_z$ durch Vergleich mit dem analogen elektrostatischen Problem. Gehen Sie wie folgt vor:

- Geben Sie das elektrische Feld innerhalb und außerhalb eines unendlich langen, homogen geladenen Zylinders sowie das zugehörige elektrostatische Potential an.
- Wie lautet die zu $\varphi(\vec{r}) = 1/(4\pi\epsilon_0) \int d^3r' \rho(\vec{r}')/|\vec{r} - \vec{r}'|$ analoge Gleichung der Magnetostatik ? Berechnen Sie $\vec{A}(\vec{r})$ durch Vergleich mit dem elektrostatischen Potential innerhalb und außerhalb des Leiters. Welche kartesischen Komponenten kann das Vektorpotential nur haben ?
- Berechnen Sie das resultierende Magnetfeld aus der Gleichung $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ und vergleichen Sie mit dem Resultat, das man aus $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ durch Anwendung des Stoke'schen Satzes erhält.