Klassische Teilchen und Felder

Priv.-Doz. Dr. M. Buballa
M. J. Steil

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2018/19

11. Übungsblatt — 16. und 18. Januar 2019

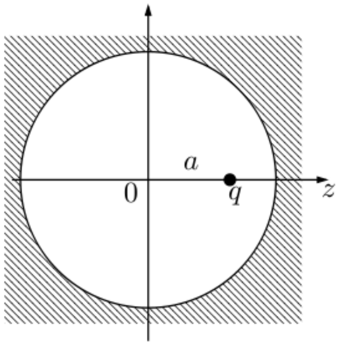
Aufgabe P22: Spiegelladung

Eine Punktladung q befinde sich im Abstand a vom Mittelpunkt eines geerdeten sphärischen Hohlleiters mit Radius $R > a$ (siehe Skizze).

a) Berechnen Sie mithilfe einer Spiegelladung das Potenzial innerhalb des Hohlleiters. Wie groß muss die Spiegelladung gewählt werden und wo liegt sie?

b) Berechnen Sie die von der Punktladung auf der Kugel induzierte Oberflächenladungsdichte $\sigma(\theta, \varphi)$ und Gesamtladung Q_{ind}.

c) Welche Kraft wirkt auf die Punktladung?



Aufgabe P23: Kugelkondensator

Wir betrachten eine Anordnung aus zwei konzentrischen, unendlich dünnen Kugelschalen mit Radien $R_1 < R_2$. Auf den Kugelschalten sind homogen die Ladungen q_1 und q_2 verteilt.

a) Bestimmen Sie mithilfe des physikalischen Gauss'schen Satzes das elektrische Feld für die drei relevanten Raumbereiche $r \leq R_1$, $R_1 < r < R_2$ und $r \geq R_2$.

b) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte σ auf der innere Kugelschale ($r = R_1$) mittels

$$\lim_{\epsilon \to 0, \epsilon > 0} \vec{n} \cdot \left(\vec{E}(\vec{r}) \Big|_{|\vec{r}|=R_1+\epsilon} - \vec{E}(\vec{r}) \Big|_{|\vec{r}|=R_1-\epsilon} \right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \qquad \text{(P23.1)}$$

.

c) Bestimmen Sie für den Spezialfall $q_1 = -q_2 \equiv q$ die Kapazität C, welche über

$$q = C \left(\phi(R_1) - \phi(R_2) \right) = CU \qquad \text{(P23.2)}$$

definiert ist.

Aufgabe H23: Dipol über Metalloberfläche (1+1+2=4 Punkte)

Ein elektrischer Dipol $\vec{p}$ befindet sich bei $(0,0,a)$ über einer unendlich ausgedehnten, geerdeten Metallplatte, welche in der x-y-Ebene liegt. Das elektrostatische Potenzial $\phi_\mathrm{D}(\vec{r})$ des Dipols ist gegeben durch

$$\phi_\mathrm{D}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(\vec{r}-a\vec{e}_z)\cdot\vec{p}}{|\vec{r}-a\vec{e}_z|^3}. \tag{H23.1}$$

a) Bestimmen Sie mithilfe der Spiegelladungsmethode das elektrostatische Potenzial $\phi(\vec{r})$ im $z>0$ Halbraum.

b) Berechnen Sie im Spezialfall $\vec{p}=(0,0,p)$ mit $p>0$ zuerst das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im $z>0$ Halbraum und zeigen Sie anschließend, dass die Flächenladungsdichte durch

$$\sigma(x,y) = \frac{p}{2\pi}\frac{2a^2-x^2-y^2}{(x^2+y^2+a^2)^{5/2}} \tag{H23.2}$$

gegeben ist.

c) Berechnen Sie die auf der Metallplatte induzierte Gesamtladung. Hinweis: Um das Integral auszuführen, bietet es sich an ein Polarkoordinatensystem $\{\rho,\varphi\}$ und die Substitution $\rho = a\tan\alpha$ mit $\alpha\in[0,\pi/2]$ zu verwenden.

Aufgabe H24: Magnetische Induktion einer durchgeflossenen Ebene (2 Punkte)

Auf einer unendlich ausgedehnte Metallplatte ($z=0$) fließt die homogene Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}) = j\delta(z)\vec{e}_x$. Berechnen Sie mithilfe des Biot-Savart'schen Gesetzes die magnetische Induktion $\vec{B}$ über der Metallplatte. Hinweis:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{(x^2+b^2)}dx = \frac{\pi}{|b|}. \tag{H24.1}$$