

# Phasendiagramm im PNJL-Modell bei reellem und imaginärem chemischen Potential

• David Scheffler, Michael Buballa, Jochen Wambach

DPG Frühjahrstagung

Bonn – 18. März 2010



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Motivation

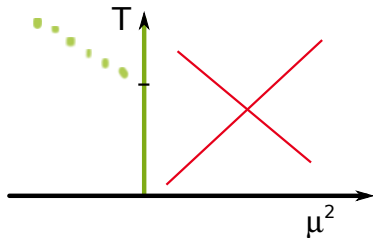
Das PNJL-Modell bei imaginärem chemischen Potential

Ergebnisse

Zusammenfassung und Ausblick

## Gitter-QCD

- ▶ Gitter-QCD hat Vorzeichenproblem für  $Re(\mu) \neq 0$ , aber nicht für  $Im(\mu) \neq 0$
- ▶ imaginäres chemisches Potential  $\mu = i\theta T$
- ▶ Nutze Extrapolation von  $\mu^2 < 0$  nach  $\mu^2 > 0$



# Polyakov-Loop erweitertes Nambu–Jona-Lasinio Modell

- ▶ Rechnungen möglich für reelles und imaginäres chemisches Potential
- ▶ Nutze Extrapolation von  $\mu^2 < 0$  nach  $\mu^2 > 0$  und vergleiche mit direkter Berechnung
- ▶ 2 Quarkflavors: [Sakai et. al. (2008 & 2009)]
- ▶ hier: 2+1 Quarkflavors

▶ Lagrangian

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{PNJL} = & \bar{\psi} (i\gamma_{\mu}D^{\mu} - m_f) \psi \\ & + \frac{g_S}{2} [(\bar{\psi}\tau_a\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau_a\psi)^2] \\ & + g_D [\det(\bar{\psi}(1 - \gamma_5)\psi) + \det(\bar{\psi}(1 + \gamma_5)\psi)] \\ & + \mathcal{U}_{Polyakov}(\Phi[A], \bar{\Phi}[A], T)\end{aligned}$$

- ▶ in Meanfield Näherung

$$\mathcal{L}_{MF} = \bar{\psi} (i\gamma_{\mu}D^{\mu} - M_f) \psi + g_S (\sigma_u^2 + \sigma_d^2 + \sigma_s^2) + 4g_D\sigma_u\sigma_d\sigma_s + \mathcal{U}_{Polyakov}(\Phi, \bar{\Phi}, T)$$

# Besonderheiten bei imaginärem chemischen Potential

- ▶ imaginäres chemisches Potential  $\mu = i\theta T$
- ▶ Roberge & Weiss (1986): QCD besitzt Periodizität  
 $\Omega_{QCD}(\theta) = \Omega_{QCD}(\theta + 2\pi k/3)$ , verbunden durch  $\mathbb{Z}_3$  Transformation
- ▶ „erweiterte  $\mathbb{Z}_3$  Transformation“:  
$$\Phi \rightarrow \Phi e^{-i2\pi k/3} \text{ und } \theta \rightarrow \theta + 2\pi k/3$$
- ▶ in QCD und PNJL invariant: thermodynamisches Potential  $\Omega(\theta)$ , abgeleitete Größen ( $\sigma_f(\theta), \dots$ )
- ▶ **RW-Periodizität** mit Periode  $\frac{2\pi}{3}$
- ▶ **RW-Phasenübergang** bei hohen Temperaturen und  $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}, \dots$

## Crossover-Kriterien

- ▶ halbe asymptotische Werte
- ▶ Wendepunkt (=maximale Temperaturableitung)
- ▶ Peak der chiralen Suszeptibilität

## Polyakov-Loop Potentiale

- ▶ polynomiell
- ▶ logarithmisch
- ▶ Fukushima

## Regularisierung

- ▶ 3er Impulscutoff im Vakuumanteil und Mediumanteil
- ▶ 3er Impulscutoff im Vakuumanteil

## verschiedene Parameter-Sätze

## Crossover-Kriterien

- ▶ halbe asymptotische Werte
- ▶ Wendepunkt (=maximale Temperaturableitung)
- ▶ Peak der chiralen Suszeptibilität

## Polyakov-Loop Potentiale

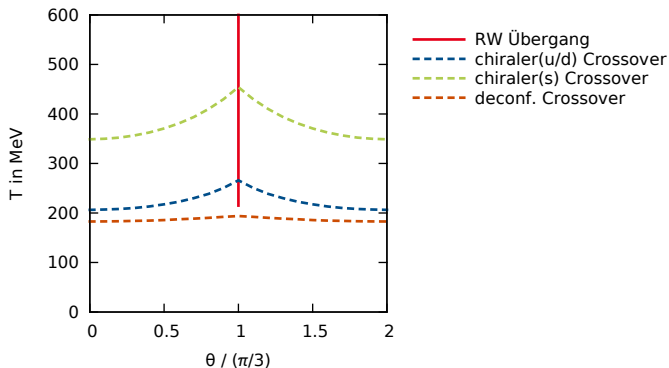
- ▶ polynomiell
- ▶ logarithmisch
- ▶ Fukushima

## Regularisierung

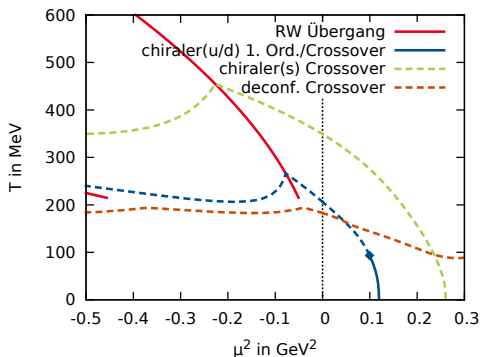
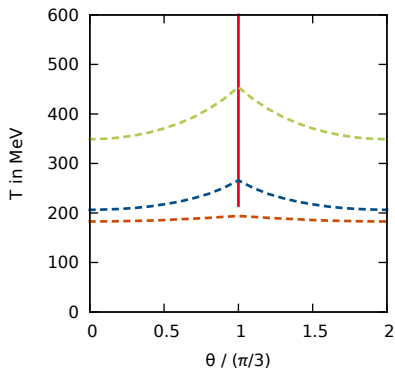
- ▶ 3er Impulscutoff im Vakuumanteil und Mediumanteil
- ▶ 3er Impulscutoff im Vakuumanteil

## verschiedene Parameter-Sätze

# Phasendiagramm polynomielles Potential

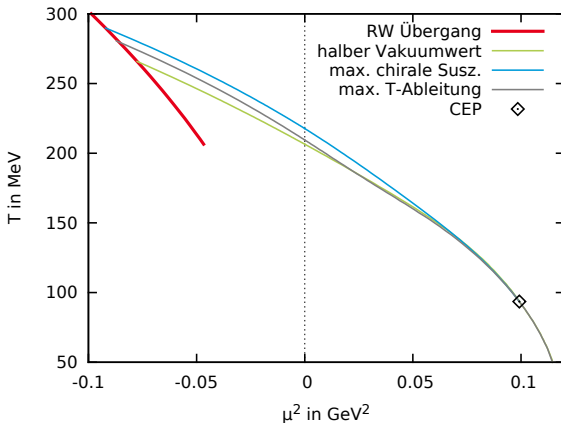


# Phasendiagramm polynomielles Potential



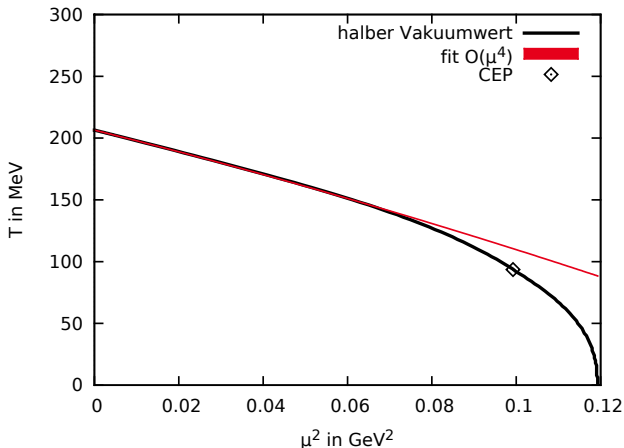


# Phasendiagramm ( $\mu^2 - T$ Ebene) polynomielles Potential



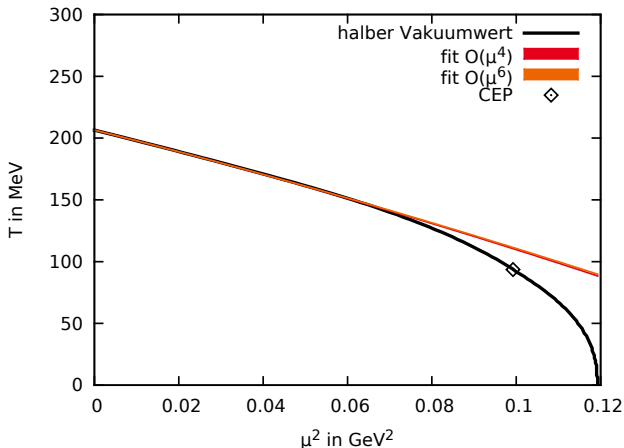
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: halber Vakuumwert



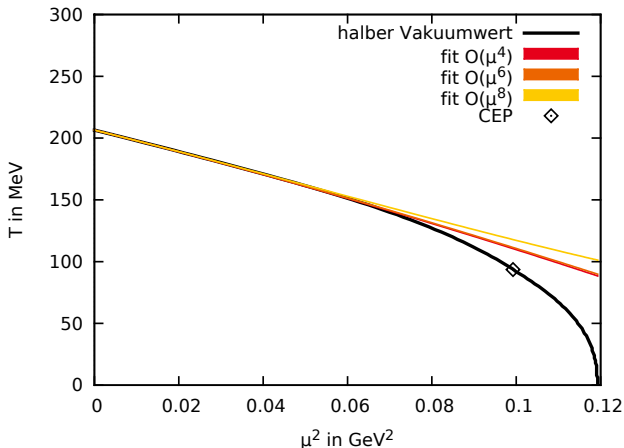
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: halber Vakuumwert



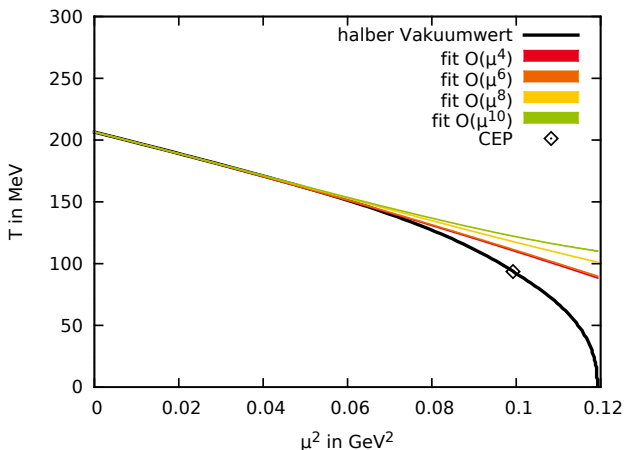
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: halber Vakuumwert



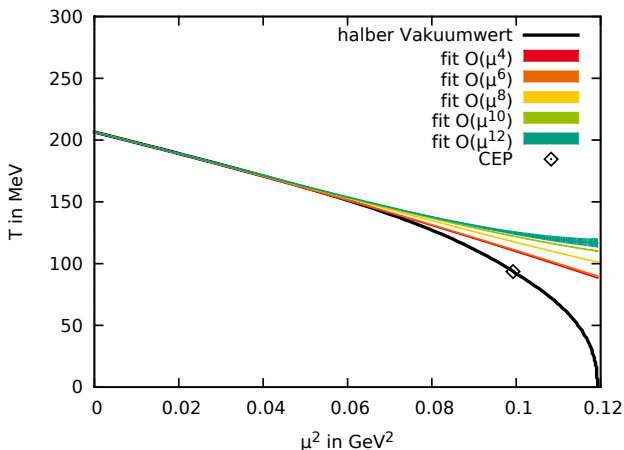
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: halber Vakuumwert



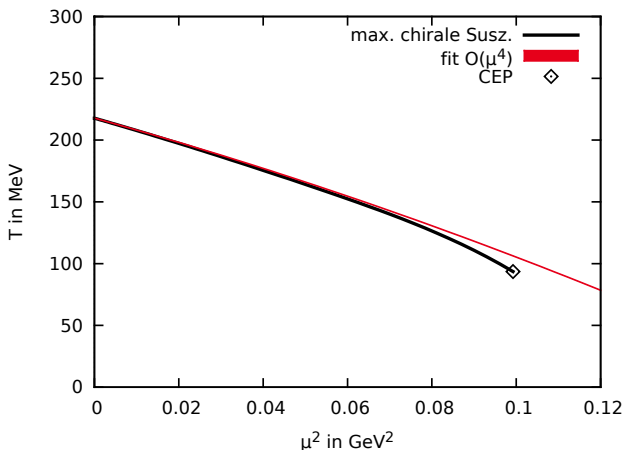
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: halber Vakuumwert



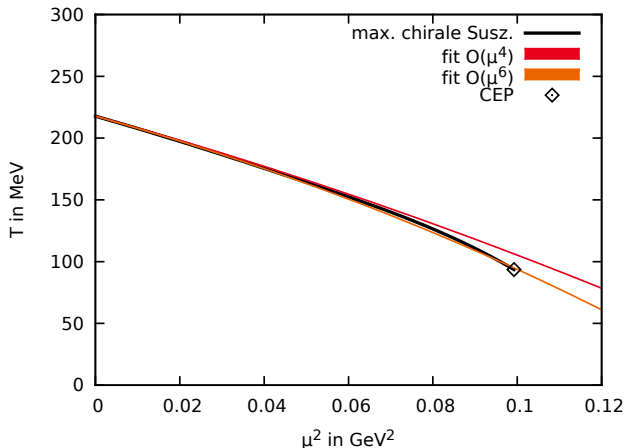
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: Maximum der chiralen Suszeptibilität



# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

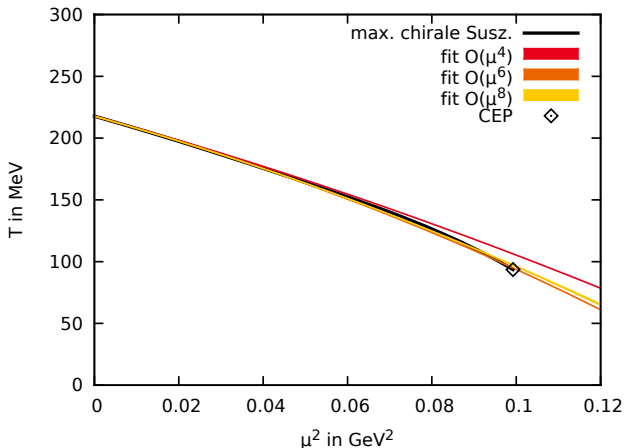
## Crossover-Kriterium: Maximum der chiralen Suszeptibilität





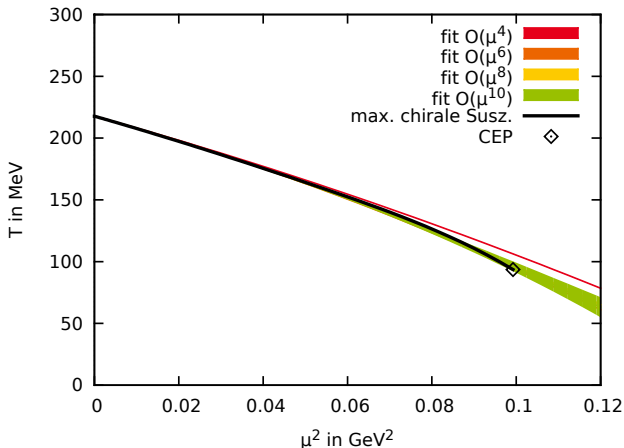
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: Maximum der chiralen Suszeptibilität



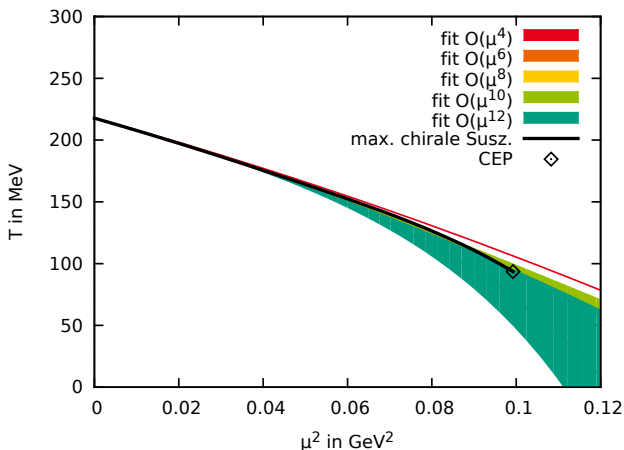
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: Maximum der chiralen Suszeptibilität



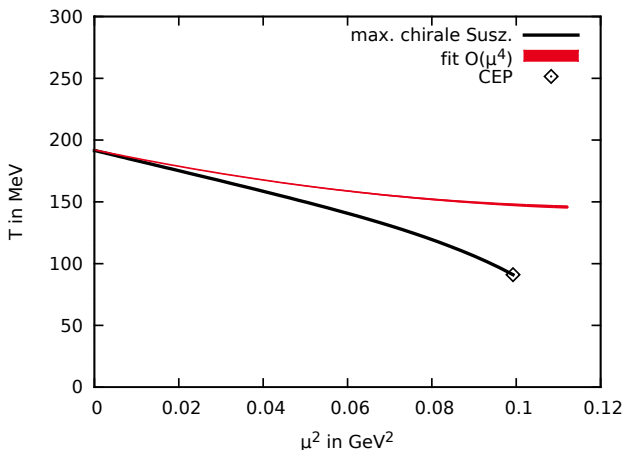
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

## Crossover-Kriterium: Maximum der chiralen Suszeptibilität



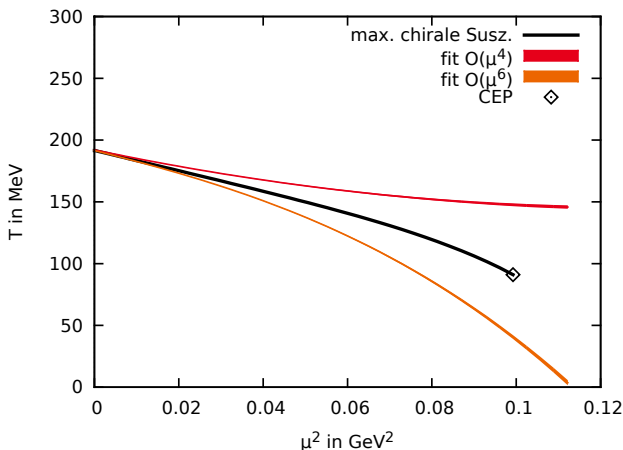
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

Crossover-Kriterium: Max. der chiralen Susz. (ohne Medium-Cutoff)



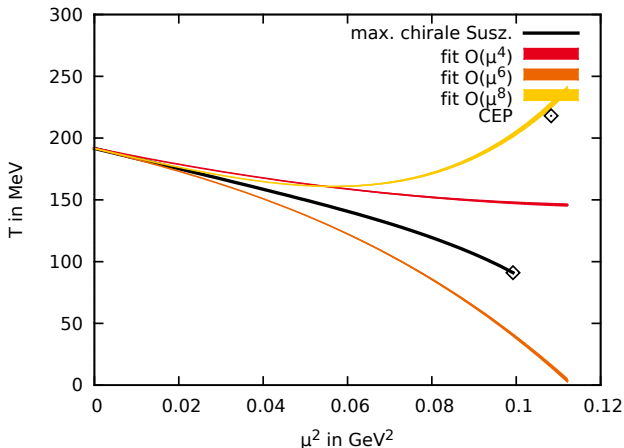
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

Crossover-Kriterium: Max. der chiralen Susz. (ohne Medium-Cutoff)



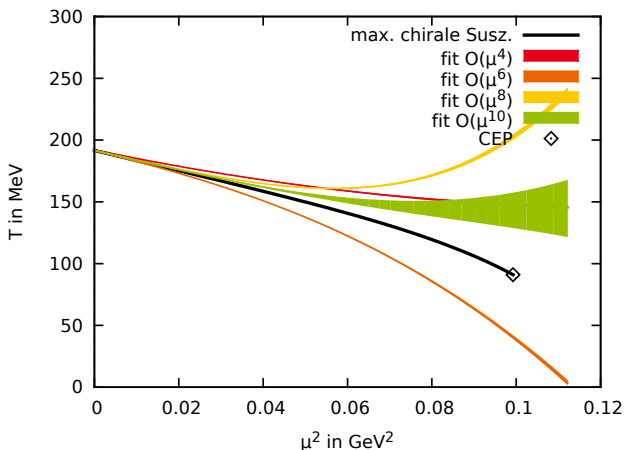
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

Crossover-Kriterium: Max. der chiralen Susz. (ohne Medium-Cutoff)



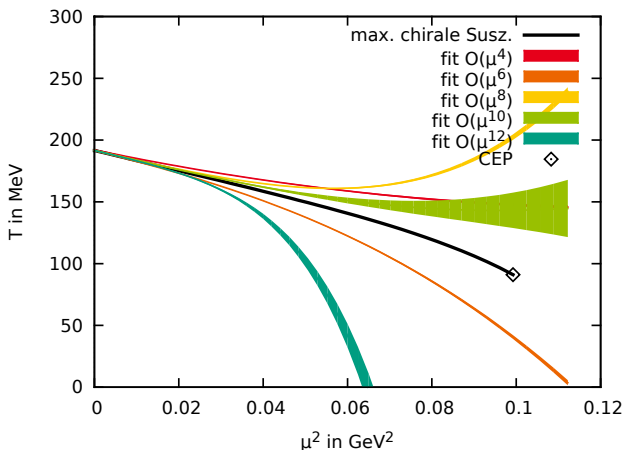
# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

Crossover-Kriterium: Max. der chiralen Susz. (ohne Medium-Cutoff)



# Extrapolation der chiralen Crossover-Linie

Crossover-Kriterium: Max. der chiralen Susz. (ohne Medium-Cutoff)







## Zusammenfassung

- ▶ PNJL-Modell besitzt RW-Symmetrie & -Periodizität
- ▶ Fortsetzung der Crossoverlinien von imaginärem zu reellem chemischen Potential möglich
- ▶ nicht immer zuverlässig

## Ausblick

- ▶ Fit-Prozedur ändern, andere Fitfunktionen, ...
- ▶ Vergleich mit Ergebnissen der Gitter-QCD

Vielen Dank!

- ▶  $L(\vec{X}) = \mathcal{P} \exp \left[ i \int_0^{1/T} d\tau A_4(\vec{X}, \tau) \right]$
- ▶ Erwartungswerte  $\Phi = \frac{1}{N_c} \langle \text{tr} L \rangle$        $\bar{\Phi} = \frac{1}{N_c} \langle \text{tr} L^\dagger \rangle$

## Polyakov-Loop Potentiale

- > [Fukushima (2008)]:

$$\frac{\mathcal{U}_{fuku}}{T^4} = -bT \left( 54e^{-a/T} \Phi\Phi^* + \log \left[ 1 - 6\Phi\Phi^* + 4(\Phi^3 + \Phi^{*3}) - 3(\Phi\Phi^*)^2 \right] \right)$$

- > polynomiell [Ratti, Thaler, Weise (2006)]:

$$\frac{\mathcal{U}_{poly}}{T^4} = -\frac{b_2(T)}{2} \Phi\Phi^* - \frac{b_3}{6} (\Phi^3 + \Phi^{*3}) + \frac{b_4}{4} (\Phi\Phi^*)^2$$

- > logarithmisch [Rößner, Ratti, Weise (2007)]:

$$\frac{\mathcal{U}_{log}}{T^4} = -\frac{a(T)}{2} \Phi\Phi^* + b(T) \log \left[ 1 - 6\Phi\Phi^* + 4(\Phi^3 + \Phi^{*3}) - 3(\Phi\Phi^*)^2 \right]$$

$T = 170 \text{ MeV} < T_{RW} = 206 \text{ MeV} < T = 220 \text{ MeV}$

