Atomkerne: Von fundamentalen Wechselwirkungen zu Struktur und Sternen

Seminar Einführungsvortrag von Patrick Lehnung unter Aufsicht von Msc.D.Rosenblüh und Prof.Dr.J.Braun

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Einführung in die Theorie der Starken-Wechselwirkung

Leitfaden

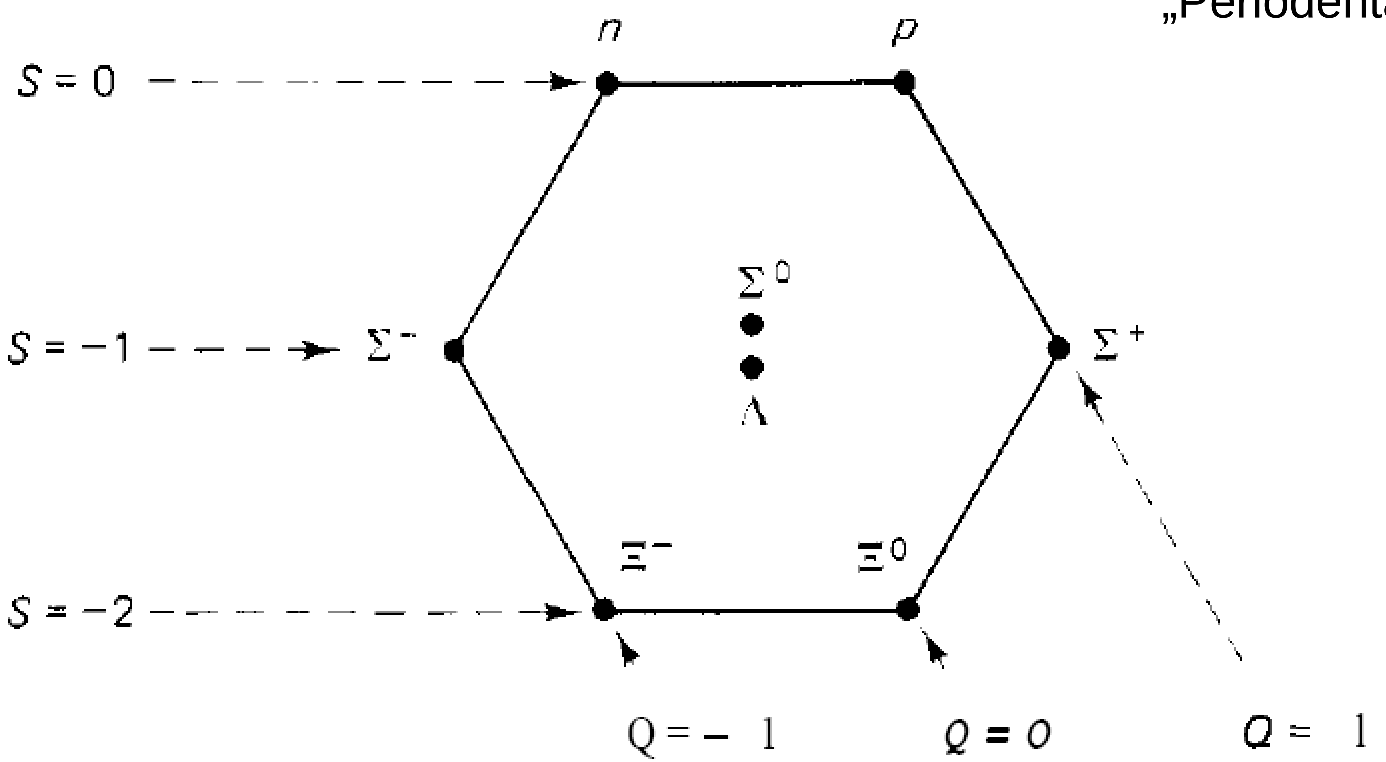
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Historische Meilensteine
  - „The Eightfold Way“
  - uds Quark Model
  - Farbe und Farbneutralität
- Relativistische Feldtheorie
  - Kurze Wiederholung Euler-Lagrange-Gleichung
  - Lagrangians für Felder
    - Motivation Vektorfeld und Erinnerung an Eichfreiheit in E-Dynamik
- Eichtheorie und der Weg zur Chromodynamik
  - Globale und lokale Invarianz
  - SU(3) Symmetrie und Gluonenfelder
- Kopplung und „Asymptotische Freiheit“
- Zusammenfassung/Merkzettel
- Quellen
- Appendix

„The Eightfold Way“
(1961 Ne‘elman &Gell-Mann)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

„Periodentabelle“ der Teilchen

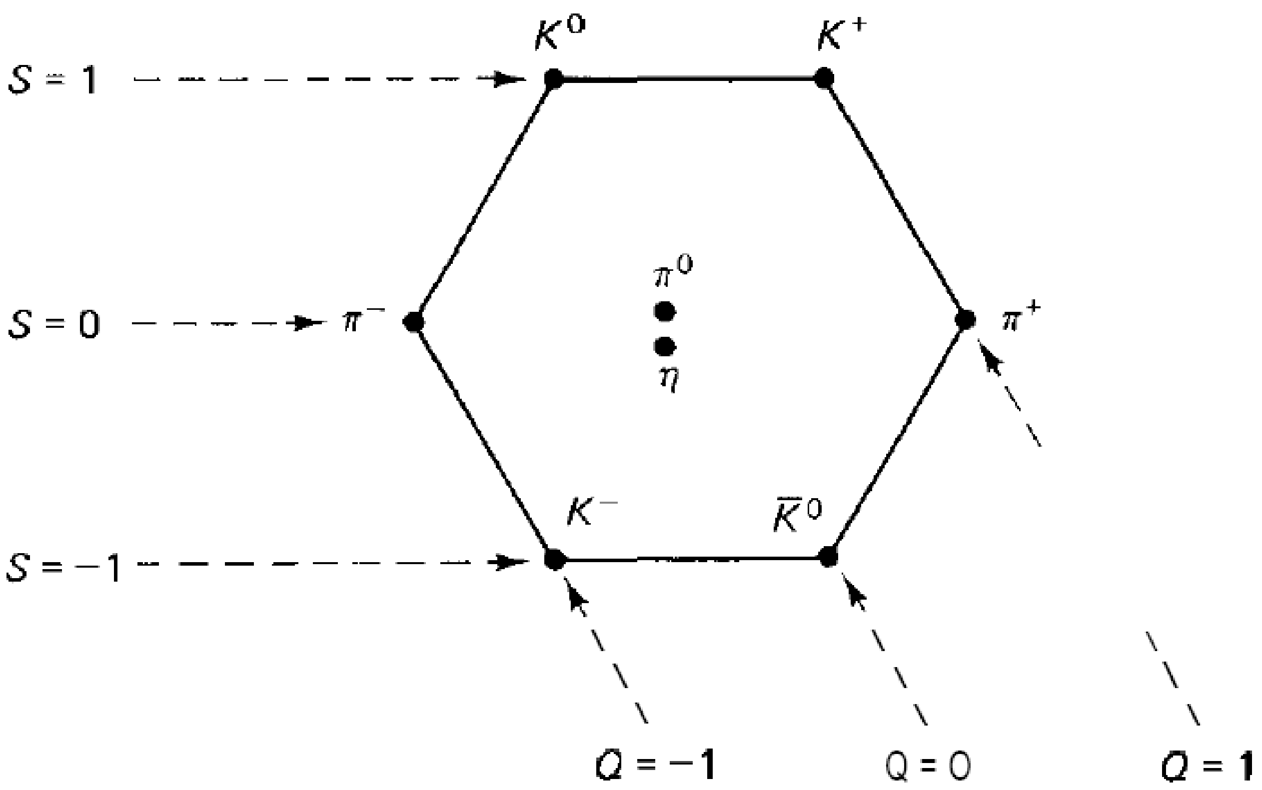


The Baryon Octet

Bildquelle: **Griffiths**

„The Eightfold Way“

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

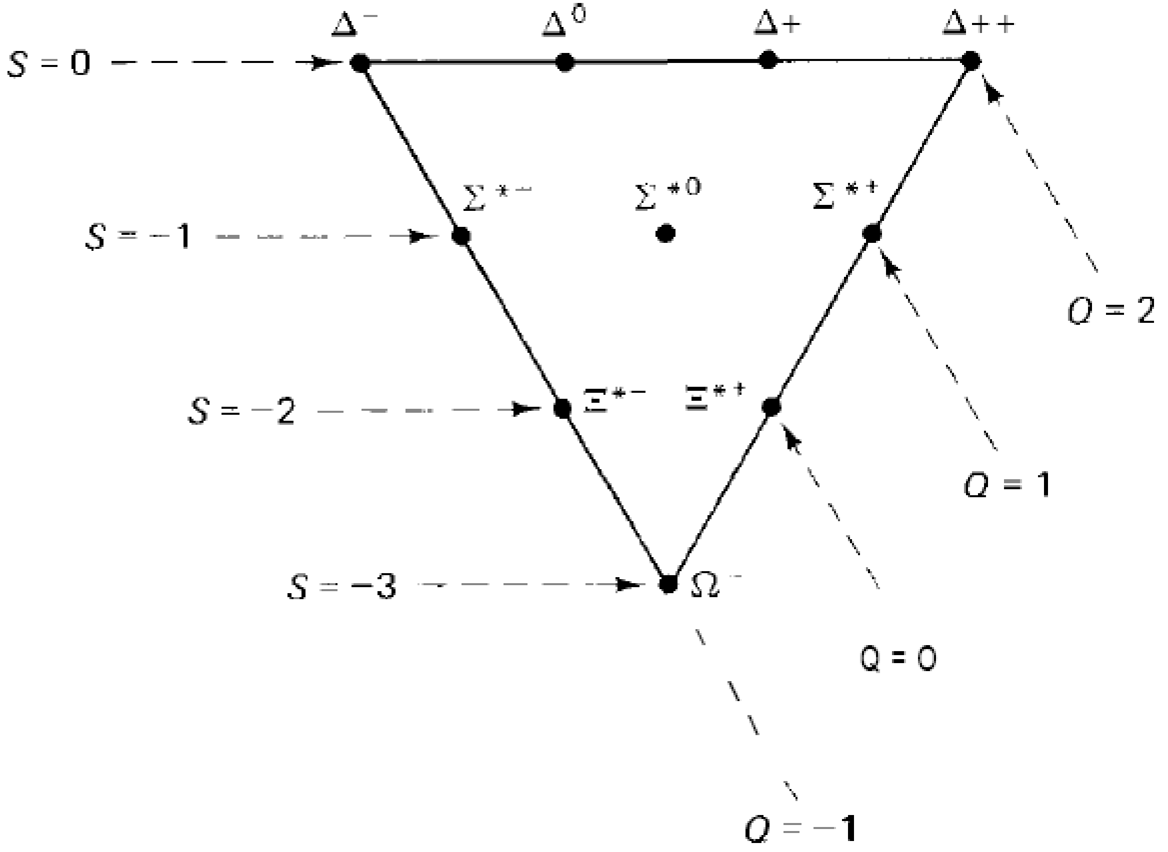


Meson Octet

Bildquelle: **Griffiths**

„The Eightfold Way“

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



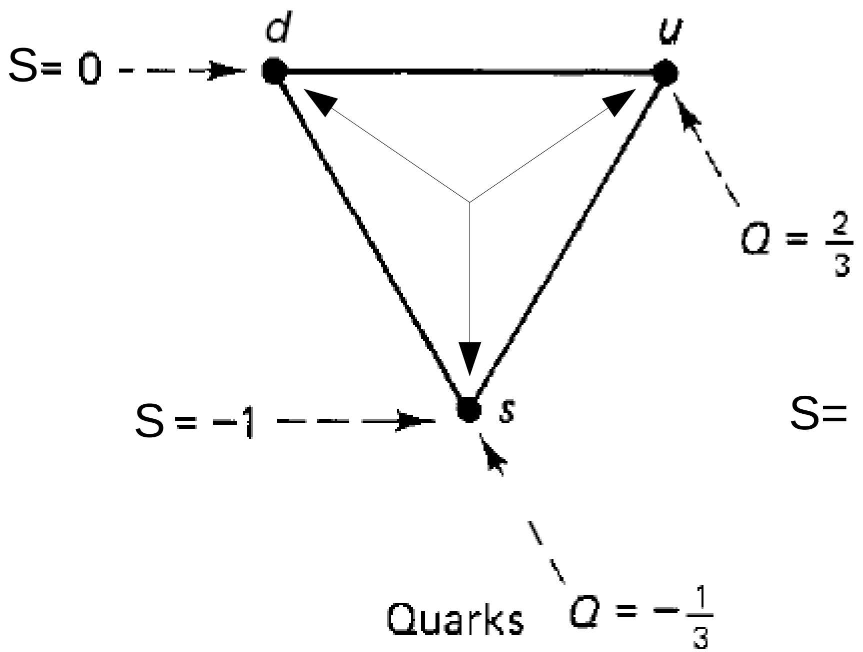
The Baryon Decuplet

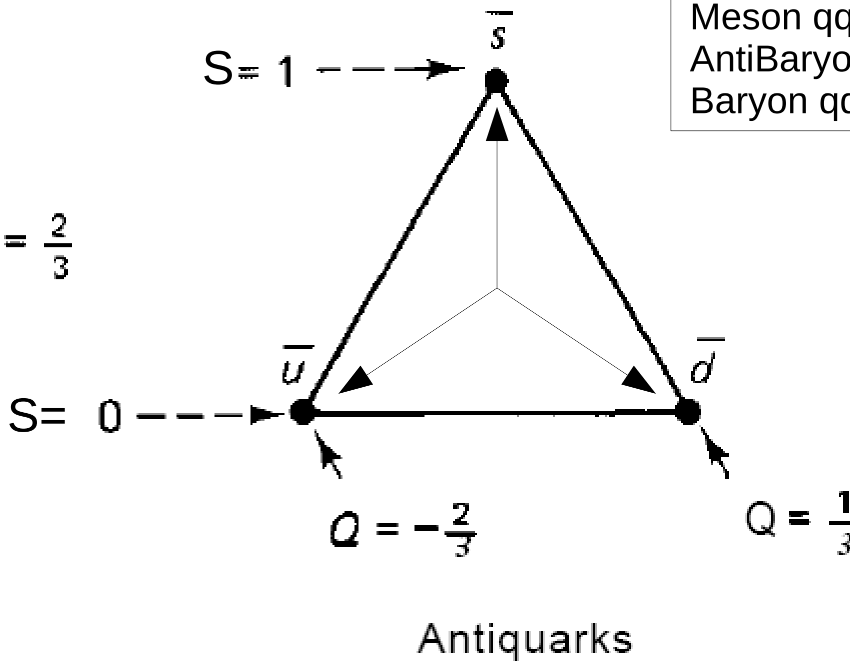
Bildquelle: **Griffiths**

uds-Quark Model (1964 Gell-Mann)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Meson $q\bar{q}$
AntiBaryon $\bar{q}\bar{q}\bar{q}$
Baryon qqq





- Pro:
  - Streuexperimente → Partone(Substruktur)
  - Reproduzierbarkeit der Einordnung
  - Fund von Ω- (sss)
  - (Später einfache Erweiterung: CBT)
- Contra:
  - Einzelne Quark nicht Messbar (Definiertes „Confinement“)
  - Verletzung Pauliprinzip

Bildquelle: **Griffiths**

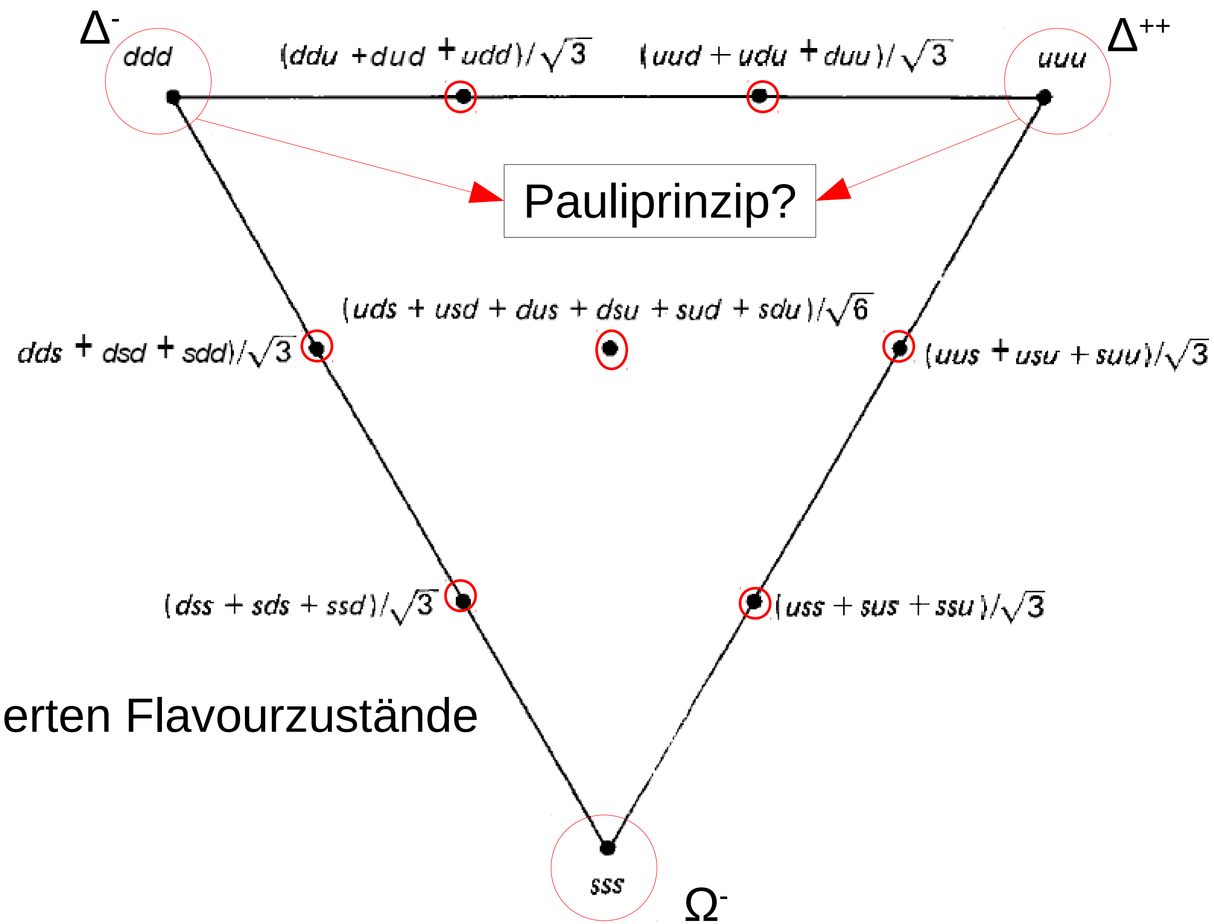
Quark Model

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Quarks besitzten Spin ½ → Gesamtwellenfunktion Antisymmetrisch

Grundzustand → sym. Ort
Spin J=3/2 → sym.

Quark „Flavour“ → sym.

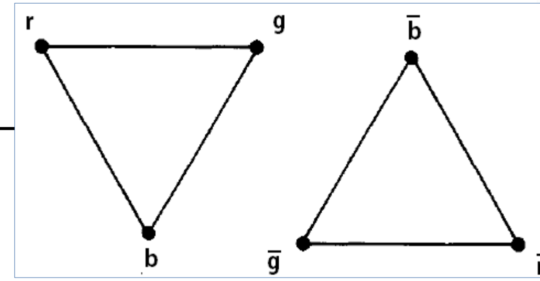


Decouplet der symmetriesierten Flavourzustände

Darstellungswahl siehe Appendix: 3x3x3=10+8+8+1

Bildquelle: **Griffiths**

Farbe und Farbneutralität



- Neue Eigenschaften: Farben
  - Rot R, Grün G und Blau B
  - rotes Teilchen (Zustand r) trägt ausschließlich +1 Rot-“Ladung“ (0 Grün 0 Blau)
  - antirotes Teilchen (Zustand $\bar{r}$) trägt ausschließlich -1 Rot-“Ladung“

    Warum gleich drei neue Größen? → Selbes Schema wie Quark-Flavour
  - Zur Vereinfachung 3D Farbvektoren
- Quarks ~Farbzustände (r g b)

  &Antiquarks~Antifarbzustände ($\bar{r}$ $\bar{g}$ $\bar{b}$)
- Teilchen gelten nach außen als Farbneutral wenn R=G=B

  → 3 Grundordnungen: $f\bar{f}$ fff $\overline{fff}$ (höhere zB. $f\bar{f}f\bar{f}$ → Bindung $f\bar{f}+f\bar{f}$)
- Forderung: Farbneutralität für alle beobachtbaren Teilchen ↔ RGB nicht messbar

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = R\vec{e}_R + G\vec{e}_G + B\vec{e}_B$$

mit Basisvektoren

$$\vec{e}_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Zustände entsprechen dann: $r \sim \vec{e}_R \quad g \sim \vec{e}_G \quad b \sim \vec{e}_B$

Anmerkung: Farbneutralität ↔ Farbsinglets. Bei Nachfrage siehe Appendix

Auffrischung:
Euler-Langrange & Relativistische Felder

- „klassisch“

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

„relativistische Felder“

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)}\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i}$$

Zeit und Ort nicht mehr trennbar
→ kovariante Ableitung

Relativistische Feldtheorie: Vectorfeld(Spin 1) Proca-Lagrangian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu$$

Feldstärketensor

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

Euler-Langrange Glg.

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0$$

Vakuum Maxwellgleichungen

Für Photonen m=0

Relativistische Feldtheorie: Vectorfeld(Spin 1) Proca-Lagrangian m=0

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

Funktion
von Ort und Zeit

Motivation der Eichfreiheit

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \leftarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \lambda$$

Euler-Langrange Glg.

invariant

Extra Freiheit oder
neue Forderungen

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0$$

Vakuum Maxwellgleichungen

Lorentz-Bedingung

$$\partial_\mu A^\mu = 0$$

$$\partial^\mu \partial_\mu A^\mu = \Box A^\mu = 0$$

d'Alembertian

Eichtheorie: Phaseninvarianz

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi$$ Dirac-Lagrangian

Phasentransformation

globale

$$\psi \longrightarrow e^{i\theta}\psi$$

$$\bar{\psi} \longrightarrow e^{-i\theta}\bar{\psi}$$

Langrang ist invariant

$$\mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L}$$

lokale

$$\psi \longrightarrow e^{i\theta(x)}\psi$$

$$\partial_\mu(e^{i\theta}\psi) = i(\partial_\mu\theta)e^{i\theta}\psi + e^{i\theta}\partial_\mu\psi$$

$$\mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L} - \hbar c(\partial_\mu\theta)\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$

Fordern lokale Invarianz

Eichtheorie

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi$$

$$\lambda(x) \equiv -\frac{\hbar c}{q}\theta(x) \quad \Rightarrow \quad \psi \longrightarrow e^{-iq\lambda(x)/\hbar c}\psi$$

$$\mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L} + (q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi)\partial_{\mu}\lambda$$

Ansatz mit minimaler Kopplung

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - mc^2\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi)A_{\mu}$$

Systematisch:Ersetzten
Mit „Kovarianter Ableitung“

$$\boxed{\mathcal{D}_{\mu} \equiv \partial_{\mu} + i\frac{q}{\hbar c}A}$$

$$\mathcal{D}_{\mu}\psi \longrightarrow e^{-iq\lambda/\hbar c}\mathcal{D}\,\psi$$

Mit dem Verhalten unter der Transformation

$$A_{\mu} \longrightarrow A_{\mu} + \partial_{\mu}\lambda$$

Achtung! Neues Eichfeld A (Vektorfeld)
muss in der
Energiebilanz berücksichtigt werden
→ Freier Proca-Langrangian

Eichtheorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Proca-Lagrangian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^{\nu} A_{\nu}$$

Invariant

Nicht Invariant

Fordern Masse = 0 für das Eichfeld

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^{\mu}\,\partial_{\mu}\psi - mc^2\bar{\psi}\psi] + \left[\frac{-1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}\right] - [(q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi)A_{\mu}]$$

Forderung nach lokaler Eichsymetrie erzeugt Maxwell-Lagrangian der Elektrodynamik

Anleitung:

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- 1)Passenden Lagrangian aufstellen
- 2)globale Invarianz bestimmen
- 3)Fordern das diese auch lokal gilt
- 4)Korrekturfeld einfügen → minimale Kopplung via kovarianter Ableitung
- 5)Neu eingeführte Felder im Gesamt-Lagrangian berücksichtigen (Dynamik zulassen)

Chromodynamik

- Übertragen auf Farbe
- Unitäre 1x1(U1) → 3x3(U3) Matrix
- Beschränken auf SU3 → det()=1

$$U = e^{i\theta} e^{i\lambda \cdot \mathbf{a}}$$

8ter Vector

U1

8 Gell-Mann Matrizen

$$\Longrightarrow$$

$$\boldsymbol{\phi} \equiv -(\hbar c/q)\mathbf{a}$$

$$S \equiv e^{-iq\boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{\phi}(x)/\hbar c}$$

Chromodynamik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}_r\gamma^\mu \partial_\mu\psi_r - mc^2\bar{\psi}_r\psi_r] + [i\hbar c\bar{\psi}_b\gamma^\mu \partial_\mu\psi_b - mc^2\bar{\psi}_b\psi_b] + [i\hbar c\bar{\psi}_g\gamma^\mu \partial_\mu\psi_g - mc^2\bar{\psi}_g\psi_g]$$

$$\psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}$$

$$\bar{\psi} = (\bar{\psi}_r \bar{\psi}_b \bar{\psi}_g)$$

Mit kovarianter Ableitung ersetzten

$$\mathcal{L} = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu \boxed{\partial_\mu}\psi - mc^2\bar{\psi}\psi$$

$$\boxed{\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i\frac{q}{\hbar c}\lambda \cdot \mathbf{A}_\mu}$$

$$\mathcal{D}_\mu\psi \longrightarrow S(\mathcal{D}_\mu\psi)$$

$$\mathcal{L} = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi - mc^2\bar{\psi}\psi = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu\psi - mc^2\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^\mu\lambda\psi) \cdot \mathbf{A}_\mu$$

Chromodynamik

Selbst-konsistente Lösung und neue Probleme

Kommutieren nicht → keine Möglichkeit für SS^{-1}(..)

SU3 nicht abelsch
Für interessierte:Yang-Mills-Theory

$$\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{A}'_\mu = S(\boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{A}_\mu) S^{-1} + i\left(\frac{\hbar c}{q}\right)(\partial_\mu S) S^{-1}$$

Infinitesimale Betrachtung:

$$\mathbf{A}'_\mu \cong \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \phi + \frac{2q}{\hbar c}(\phi \times \mathbf{A}_\mu)$$

Achtung! 8x8

$$(\mathbf{B} \times \mathbf{C})_i = \sum_{j,k=1}^{8} f_{ijk} B_j C_k$$

Chromodynamik

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Eichfelddynamikterme und neue Probleme

$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^{\mu}\,\partial_{\mu}\psi - mc^{2}\bar{\psi}\psi] - (q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\boldsymbol{\lambda}\psi)\cdot\mathbf{A}_{\mu}$$

Ergänzung dynamische Terme für 8 Eichfelder

Farbströme

$$\mathbf{J}^{\mu} \equiv cq(\bar{\psi}\gamma^{\mu}\boldsymbol{\lambda}\psi)$$

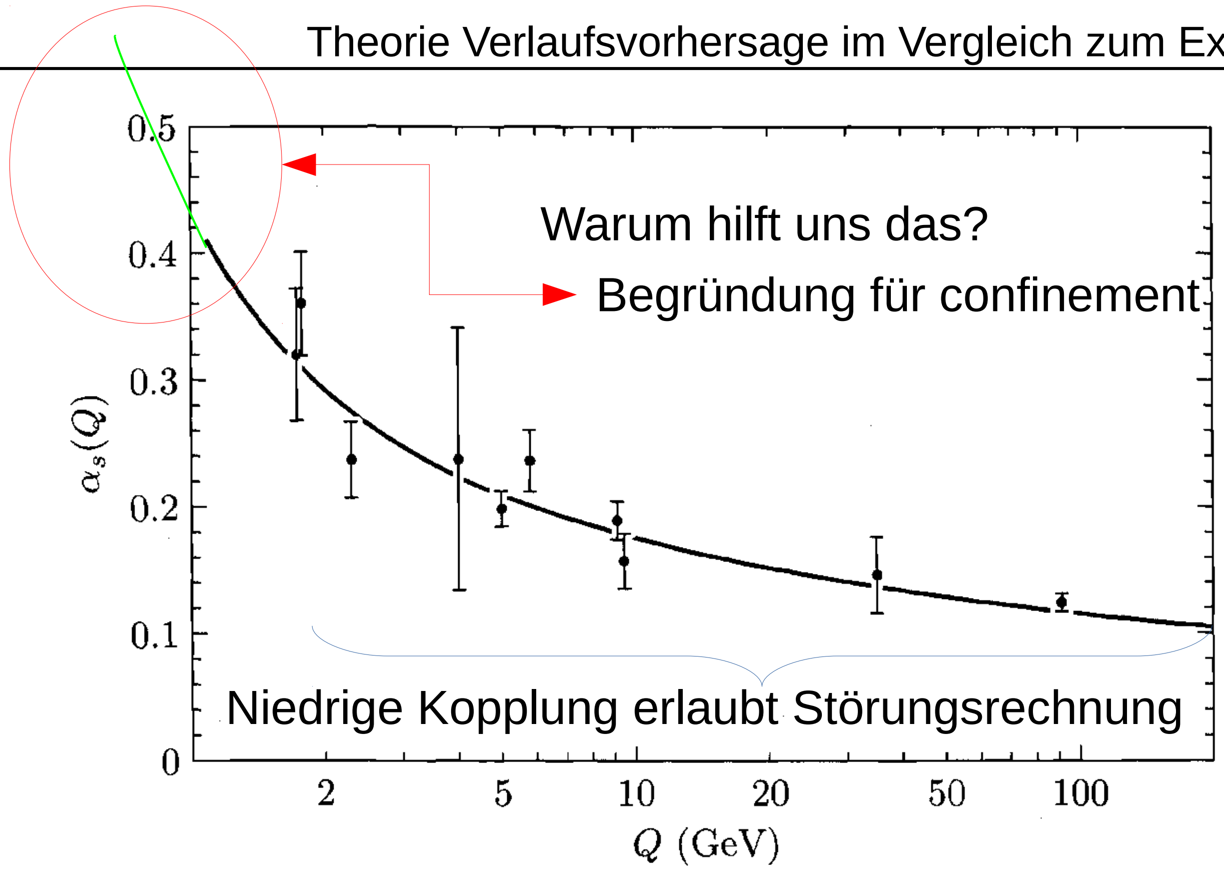
$$\mathcal{L} = [i\hbar c\bar{\psi}\gamma^{\mu}\,\partial_{\mu}\psi - mc^{2}\bar{\psi}\psi] - \frac{1}{16\pi}\mathbf{F}^{\mu\nu}\cdot\mathbf{F}_{\mu\nu} - (q\bar{\psi}\gamma^{\mu}\boldsymbol{\lambda}\psi)\cdot\mathbf{A}_{\mu}$$

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^{\mu}\mathbf{A}^{\nu} - \partial^{\nu}\mathbf{A}^{\mu} - \frac{2q}{\hbar c}(\mathbf{A}^{\mu}\times\mathbf{A}^{\nu})$$

Felder Wechselwirken

Kopplung und „Asymptotische Freiheit“

Theorie Verlaufsvorhersage im Vergleich zum Experiment



$$\alpha_s(Q) \approx \frac{\alpha_s(m_Z)}{1 + (\alpha_s(m_Z)/12\pi)(11n - 2f)\ln(Q/m_Z)}$$

Tabelle im Appendix

Bildquelle: **Peskin**

Merkzettel

Oder : Was ihr mitnehmen solltet

- Farbe eingeführt um Pauliprinzip zu erhalten
- Messbar sind weder einzelne Quarks noch Farbe → confinement
- Es gibt viele Teilchen aus den selben Quarks → Anregungszustandsenergien sind in der Größenordnung der Masse
- Lokale SU3 Symmetrie Forderung auf 3 Farbspinorenfelder „erzeugt“ die 8Gluonenfelder damit grundlegende Chromodynamik.(via kovarianter Ableitung → minimale Kopplung)
- Gluonenfelder wechselwirken untereinander (& sogar mit sich selbst)
- Abfallender Verlauf der Kopplung mit wachsendem Impulsübertrag erlaubt „Asymptotische Freiheit“ → Störungsrechnung auf kurzen Ortsskalen und gewährt Quark und Farb-“confinement“ bei niedrigen Impulsen

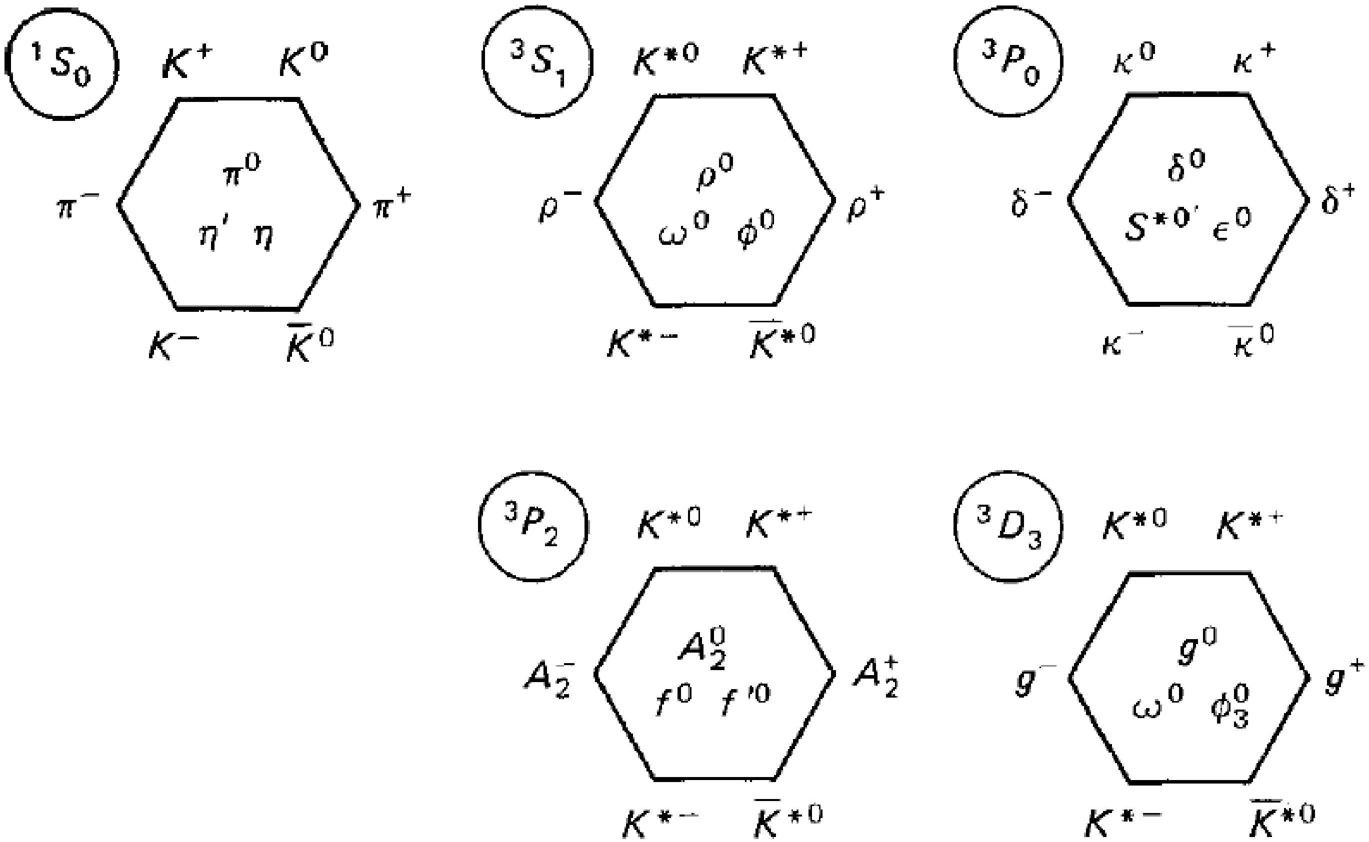
Quellen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- „INTRODUCTION TO ELEMENTARY PARTICLES“ David Griffiths Reed College **WILEY-VCH Verlag** GmbH & **Co. KGaA 1995**
- **„Introduction to Quantum Fieldtheroy“ Peskin&Schroeder Westview Press 1995**
- **„From Atoms to Quarks“ J. S.Trefil’s (New York: Scribners, 1980)**

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit

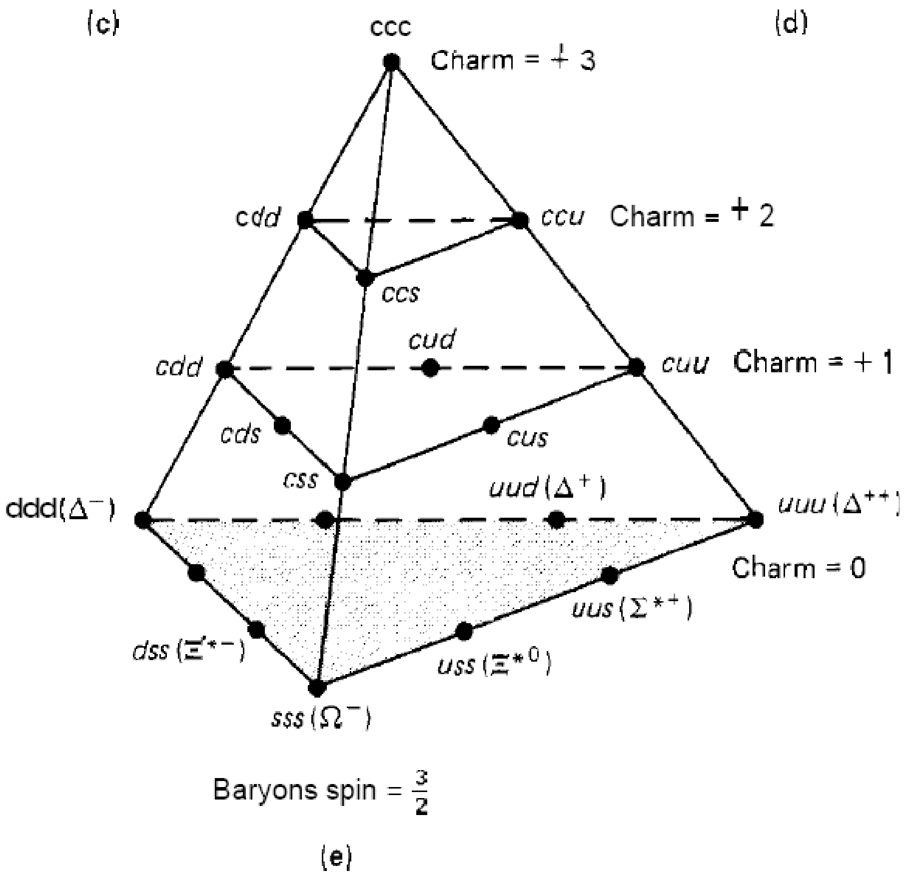
Mesonen Anregungszustände



Mesonen Anregungs Nonets

Bildquelle: **Griffiths**

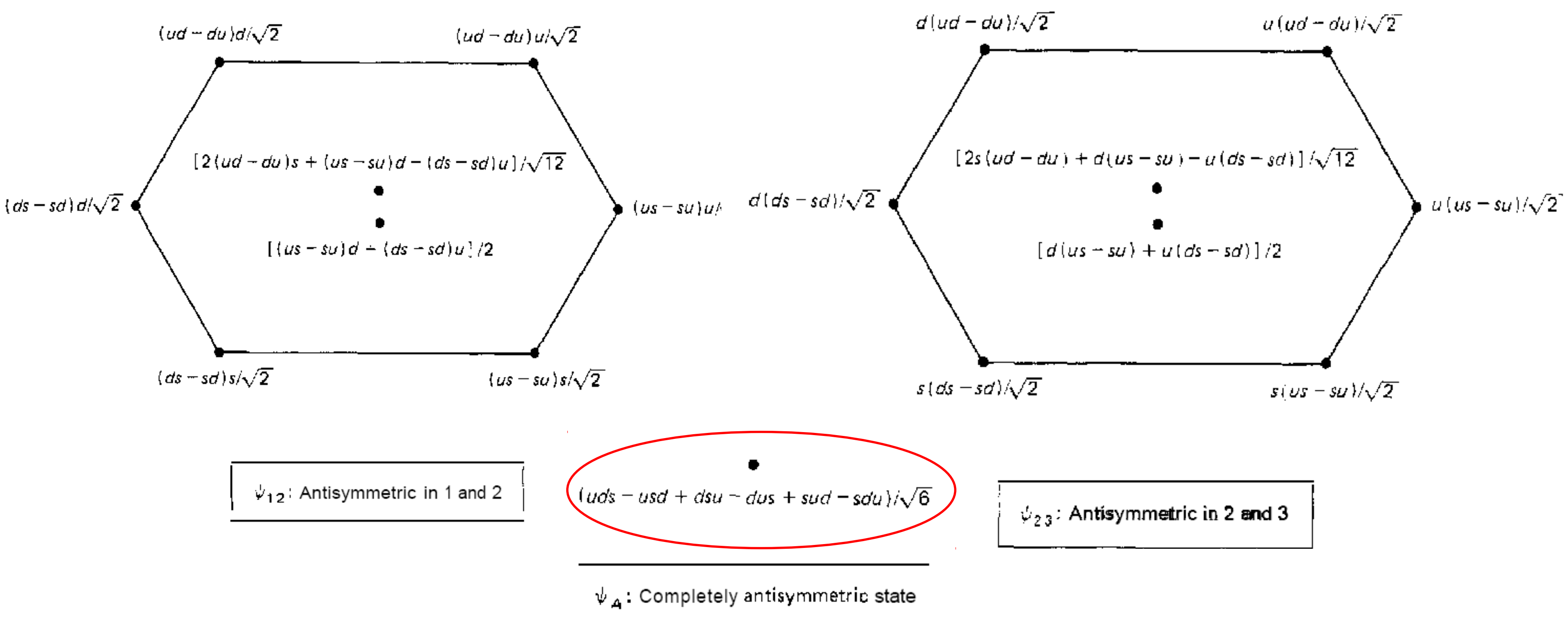
uds Erweiterung charm



Bildquelle: **Griffiths**

Appendix: Darstellung 3x3x3=10+8+8+1

Anmerkung:Für Farbe u→ r ; d→ g ; s→ b ersetzten



Aus den 27 ist nur einer vollständig Antisymetrisch und erfüllt Farbneutralität

Bildquelle: **Griffiths**

Table 17.1. Values of $\alpha_s(m_Z)$ Obtained from QCD Experiments

Process:	$\alpha_s(m_Z)$	Q (GeV)
Deep inelastic scattering	0.118 (6)	1.7
R in τ lepton decay	0.123 (4)	1.8
ψ, Υ spectroscopy	0.110 (6)	2.3
Transverse momentum of W production	0.121 (24)	4.
Deep inelastic scattering (evolution)	0.112 (4)	5.
Event shapes in e^+e^- annihilation	0.121 (6)	5.8,9.1
Rate for ψ, Υ decay	0.108 (10)	9.5
R in e^+e^- annihilation (20–65 GeV)	0.124 (21)	35.
R in Z^0 decay	0.124 (7)	91.2

Bildquelle:
Peskin