

# Elementarteilchenphysik

Priv.-Doz. Dr. M. Buballa  
M. Schramm



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Wintersemester 2015/16

4. Übungsblatt

11.12.2015

## Aufgabe 12

Die  $G$ -Parität eines Mesons in der Flavour- $SU(2)$  ist definiert als der Eigenwert des Meson-Zustands zum Operator

$$G = C e^{i\pi T_2}.$$

Dabei sind  $C$  der Operator der Ladungskonjugation und  $T_2$  die 2-Komponente des Isospin-Operators. Bestimmen Sie die  $G$ -Parität von  $\pi^0$ ,  $\omega$  und  $\rho^0$ .

Anleitung:

Für die Ladungskonjugation wurde in der Vorlesung gezeigt, dass  $C = (-1)^{L+S}$ , d.h.

$$C|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle, \quad C|\omega\rangle = -|\omega\rangle, \quad C|\rho^0\rangle = -|\rho^0\rangle,$$

da  $L = S = 0$  bei  $\pi^0$  und  $L = 0, S = 1$  bei  $\omega$  und  $\rho^0$ .

Zur Berechnung von  $e^{i\pi T_2}|\pi^0\rangle$  und  $e^{i\pi T_2}|\rho^0\rangle$  verwenden Sie die dreidimensionale Darstellung der  $SU(2)$ -Operatoren, die in Aufgabe 8 bestimmt wurde (warum?). Was ist  $e^{i\pi T_2}|\omega\rangle$ ?

## Aufgabe 13

Die Wellenfunktion des Protons, wurde in der Vorlesung gegeben als

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |p_S\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_{M_S} + |p_A\rangle \otimes \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_{M_A} \right) \otimes |\psi_{\text{sing.}}^{\text{Farbe}}\rangle \otimes |n=0, L=0\rangle.$$

a) Berechnen Sie den Spin-Flavour-Anteil der Wellenfunktion explizit.

Das magnetische Moment eines punktförmigen Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens ist durch

$$\mu_i = \frac{q_i}{2m_i}$$

gegeben, wobei  $q_i$  die Ladung und  $m_i$  die Masse des Teilchens ist. Das magnetische Moment hängt zusammen mit dem Spin-Strom des Teilchens, damit folgt für den nicht-relativistischen Einteilchenoperator

$$\hat{\mu}_i = \mu_i \sigma_3, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \langle \uparrow | \hat{\mu}_i | \uparrow \rangle = -\langle \downarrow | \hat{\mu}_i | \downarrow \rangle = \mu_i.$$

Für ein Mehrteilchensystem ohne Bahndrehimpuls findet man das gesamte magnetische Moment

$$\hat{\mu} = \sum_i \mu_i \sigma_3^{(i)}.$$

b) Bestimmen Sie das magnetische Moment des Protons  $\mu_p$ .

c) Das magnetische Moment des Neutrons  $\mu_n$  erhält man, wenn man gerade die magnetischen Momente der up- und down-Quarks vertauscht. Was ergibt sich für den Quotient  $\mu_n/\mu_p$ ? Nehmen Sie an, dass  $m_u = m_d = m$  ist.

d) Der experimentelle Wert für das magnetische Moment des Protons ist  $\mu_p \approx 2.79 \frac{e}{2m_N}$ , mit der Nukleonenmasse  $m_N = 940$  MeV. Wie groß ist die Quarkmasse  $m$ ?