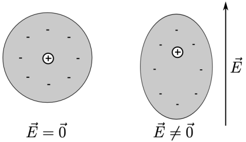
Einteilung elektrostatischer Materialien

- (eigentliche)Dielektrika:

  Lokale elektrische Dipole, die ohne äußeres elektrisches Feld nicht existieren, werden vom Feld durch Deformationspolarisation gebildet.

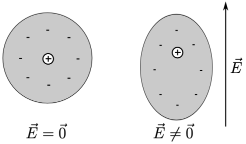


Einteilung elektrostatischer Materialien

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- (eigentliche)Dielektrika:

  Lokale elektrische Dipole, die ohne äußeres elektrisches Feld nicht existieren, werden vom Feld durch Deformationspolarisation gebildet.



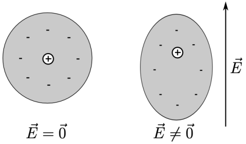
- Paraelektrika

  Permanente elektrische Dipole, (z.B. H_2O-Moleküle), die ohne äußeres elektrisches Feld statistisch verteilt sind und sich daher im Mittel gegenseitig aufheben, richten sich im Feld aus.

Einteilung elektrostatischer Materialien

- (eigentliche)Dielektrika:

  Lokale elektrische Dipole, die ohne äußeres elektrisches Feld nicht existieren, werden vom Feld durch Deformationspolarisation gebildet.



- Paraelektrika

  Permanente elektrische Dipole, (z.B. H_2O-Moleküle), die ohne äußeres elektrisches Feld statistisch verteilt sind und sich daher im Mittel gegenseitig aufheben, richten sich im Feld aus.

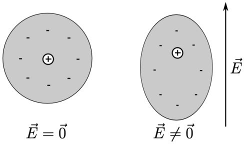
- Ferroelektrika

  Stoffe mit permanenten elektrische Dipolen, die sich unterhalb einer kritischen Temperatur auch ohne äußeres elektrisches Feld spontan ausrichten

Einteilung elektrostatischer Materialien

- (eigentliche)Dielektrika:

  Lokale elektrische Dipole, die ohne äußeres elektrisches Feld nicht existieren, werden vom Feld durch Deformationspolarisation gebildet.



- Paraelektrika

  Permanente elektrische Dipole, (z.B. H_2O-Moleküle), die ohne äußeres elektrisches Feld statistisch verteilt sind und sich daher im Mittel gegenseitig aufheben, richten sich im Feld aus.

- Ferroelektrika

  Stoffe mit permanenten elektrische Dipolen, die sich unterhalb einer kritischen Temperatur auch ohne äußeres elektrisches Feld spontan ausrichten

- oft: „Dielektrika" = Oberbegriff für alle nichtleitenden polarisierbaren Medien

$$\Rightarrow \quad \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \vec{P}(\vec{0}) = \vec{0} & \text{Di- und Paraelektrika} \\ \vec{P}(\vec{0}) \neq \vec{0} & \text{Ferroelektrika} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \vec{P}(\vec{0}) = \vec{0} & \text{Di- und Paraelektrika} \\ \vec{P}(\vec{0}) \neq \vec{0} & \text{Ferroelektrika} \end{cases}$$

- Taylor-Entwicklung für Di- und Paraelektrika:

$$P_i(\vec{E}) = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j + \sum_{j,k=1}^{3} \beta_{ijk} E_j E_k + \ldots$$

$$\Rightarrow \quad \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \vec{P}(\vec{0}) = \vec{0} & \text{Di- und Paraelektrika} \\ \vec{P}(\vec{0}) \neq \vec{0} & \text{Ferroelektrika} \end{cases}$$

- Taylor-Entwicklung für Di- und Paraelektrika:

$$P_i(\vec{E}) = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j + \sum_{j,k=1}^{3} \beta_{ijk} E_j E_k + \ldots \quad \approx \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j \quad \text{für schwache Felder}$$

$$\Rightarrow\quad \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \vec{P}(\vec{0}) = \vec{0} & \text{Di- und Paraelektrika} \\ \vec{P}(\vec{0}) \neq \vec{0} & \text{Ferroelektrika} \end{cases}$$

- Taylor-Entwicklung für Di- und Paraelektrika:

$$P_i(\vec{E}) = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j + \sum_{j,k=1}^{3} \beta_{ijk} E_j E_k + \ldots \;\approx \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j \quad \text{für schwache Felder}$$

- isotrope Medien: $\gamma_{ij} = \gamma \delta_{ij}$

$$\Rightarrow\quad \vec{P} \approx \gamma \vec{E} \equiv \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ_e: elektrische Suszeptibilität

$$\Rightarrow \quad \vec{P} = \vec{P}(\vec{E}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \vec{P}(\vec{0}) = \vec{0} & \text{Di- und Paraelektrika} \\ \vec{P}(\vec{0}) \neq \vec{0} & \text{Ferroelektrika} \end{cases}$$

- Taylor-Entwicklung für Di- und Paraelektrika:

$$P_i(\vec{E}) = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j + \sum_{j,k=1}^{3} \beta_{ijk} E_j E_k + \ldots \approx \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} E_j \quad \text{für schwache Felder}$$

- isotrope Medien: $\gamma_{ij} = \gamma \delta_{ij}$

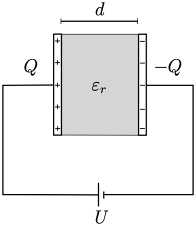
$$\Rightarrow \quad \vec{P} \approx \gamma \vec{E} \equiv \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

χ_e: elektrische Suszeptibilität

$$\Rightarrow \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \approx (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \vec{E} \equiv \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

ε_r: (relative) Dielektrizitätskonstante = Materialkonstante

Plattenkondensator mit Dielektrikum



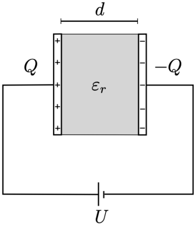
$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

$$\Rightarrow \quad \sigma = \pm \frac{Q}{A}$$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

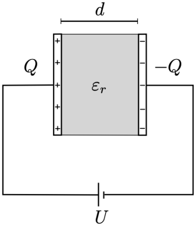
$\Rightarrow \quad \sigma = \pm \frac{Q}{A}$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

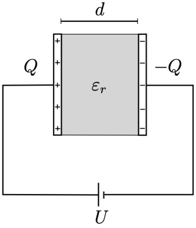
A : Fläche der Platten

$\Rightarrow \quad \sigma = \pm \frac{Q}{A}$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$
- zwischen den Platten: $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = const. \perp$ Platten

Plattenkondensator mit Dielektrikum



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

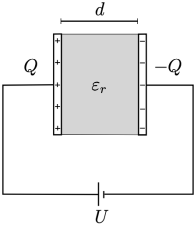
$\Rightarrow \quad \sigma = \pm \frac{Q}{A}$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$
- zwischen den Platten: $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = const. \perp$ Platten

$\Rightarrow \; D = \vec{D} \cdot \vec{n} = \sigma = \frac{Q}{A}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

$\Rightarrow \quad \sigma = \pm \frac{Q}{A}$

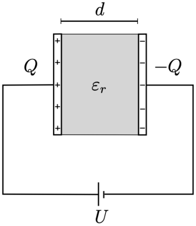
gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$
- zwischen den Platten: $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = const. \perp$ Platten

$\Rightarrow \quad D = \vec{D} \cdot \vec{n} = \sigma = \frac{Q}{A} \qquad \Rightarrow \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

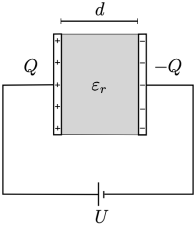
$\Rightarrow \quad \sigma = \pm\frac{Q}{A}$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$
- zwischen den Platten: $\vec{D} = \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E} = const. \perp$ Platten

  $\Rightarrow \; D = \vec{D}\cdot\vec{n} = \sigma = \frac{Q}{A} \qquad \Rightarrow \; E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r A}$
- $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \quad \Rightarrow \; U = \left| \int d\vec{r}\cdot\vec{E} \right| = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0\varepsilon_r A}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum



$\pm Q$: freie Überschussladungen auf den Kondensatorplatten

A : Fläche der Platten

$\Rightarrow \quad \sigma = \pm\frac{Q}{A}$

gesucht: Kapazität $C = \frac{Q}{U}$

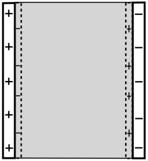
- vernachlässige Randeffekte $\Rightarrow$ außerhalb: $\vec{D} = \vec{E} = \vec{0}$
- zwischen den Platten: $\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = const. \perp$ Platten

  $\Rightarrow \; D = \vec{D}\cdot\vec{n} = \sigma = \frac{Q}{A} \qquad \Rightarrow \; E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r A}$
- $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \quad \Rightarrow \; U = \left| \int d\vec{r}\cdot\vec{E} \right| = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0\varepsilon_r A} \quad \Rightarrow \; C = \epsilon_0\epsilon_r\,\frac{A}{d}$

Plattenkondensator mit Dielektrikum

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$, $\quad \epsilon_r > 1 \quad \Rightarrow$ C wird durch das Medium vergrößert.



Interpretation:

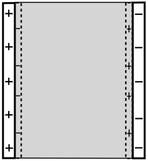
Polarisationsladungen schwächen das $\vec{E}$-Feld ab.

$$\left.\begin{array}{l} Q = const. \;\Rightarrow\; U \text{ wird kleiner} \\ U = const. \;\Rightarrow\; Q \text{ wird größer} \end{array}\right\} \Rightarrow C \text{ wird größer}$$

Plattenkondensator mit Dielektrikum

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$, $\epsilon_r > 1$ $\Rightarrow$ C wird durch das Medium vergrößert.

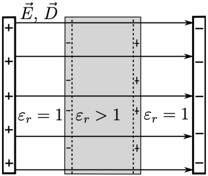


Interpretation:

Polarisationsladungen schwächen das $\vec{E}$-Feld ab.

$$\left.\begin{array}{l} Q = const. \;\Rightarrow\; U \text{ wird kleiner} \\ U = const. \;\Rightarrow\; Q \text{ wird größer} \end{array}\right\} \Rightarrow C \text{ wird größer}$$

- Variation:



Dielektrikum: keine freien Ladungen $\Rightarrow$ $\sigma = 0$

$\Rightarrow$ $\vec{D} = const.$ zwischen den Platten

$\Rightarrow$ $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$ im Dielektrikum kleiner als im Vakuum

$\vec{E}$ ist das „wirkliche" (gemittelte) elektrische Feld, $\vec{D}$ nur eine praktische Größe.

8.2 Magnetostatik in Materie

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

8.2 Magnetostatik in Materie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

mikroskopisch:

- $\vec{B}_m = \vec{\nabla} \times \vec{A}_m, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}_m = \mu_0 \vec{j}_m$

8.2 Magnetostatik in Materie

mikroskopisch:

- $\vec{B}_m = \vec{\nabla} \times \vec{A}_m, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}_m = \mu_0 \vec{j}_m$
- $\vec{A}_m(\vec{r}) = \vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{N} \vec{A}_{m,j}(\vec{r})$

8.2 Magnetostatik in Materie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

mikroskopisch:

- $\vec{B}_m = \vec{\nabla} \times \vec{A}_m, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}_m = \mu_0 \vec{j}_m$
- $\vec{A}_m(\vec{r}) = \vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{N} \vec{A}_{m,j}(\vec{r})$
  - Beitrag „freier" (= kontrollierbarer) Ströme:

    $\vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}_{frei}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$

8.2 Magnetostatik in Materie

mikroskopisch:

- $\vec{B}_m = \vec{\nabla} \times \vec{A}_m, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}_m = \mu_0 \vec{j}_m$
- $\vec{A}_m(\vec{r}) = \vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{N} \vec{A}_{m,j}(\vec{r})$
  - Beitrag „freier“ (= kontrollierbarer) Ströme:

    $\vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}_{frei}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$
  - Beitrag des magnetischen Moments des j-ten Atoms:

    $\vec{A}_{m,j}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}_j \times (\vec{r}-\vec{R}_j)}{|\vec{r}-\vec{R}_j|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \vec{m}_j \, \delta(\vec{r}\,' - \vec{R}_j) \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$

8.2 Magnetostatik in Materie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

mikroskopisch:

- $\vec{B}_m = \vec{\nabla} \times \vec{A}_m, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{B}_m = \mu_0 \vec{j}_m$
- $\vec{A}_m(\vec{r}) = \vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) + \sum_{j=1}^{N} \vec{A}_{m,j}(\vec{r})$
  - Beitrag „freier" (= kontrollierbarer) Ströme:

    $\vec{A}_{m,frei}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}_{frei}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$
  - Beitrag des magnetischen Moments des j-ten Atoms:

    $\vec{A}_{m,j}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}_j \times (\vec{r}-\vec{R}_j)}{|\vec{r}-\vec{R}_j|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \vec{m}_j \, \delta(\vec{r}\,' - \vec{R}_j) \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$

$$\Rightarrow \quad \vec{A}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}_{frei}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}_m(\vec{r}\,') \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

mit $\vec{M}_m(\vec{r}) := \sum_{j=1}^{N} \vec{m}_j \, \delta(\vec{r} - \vec{R}_j)$ „mikroskopische Magnetisierung"

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \bar{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \bar{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung”

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung”

$$\Rightarrow \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}(\vec{r}\,') \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung"

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}(\vec{r}\,')\times(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \vec{M}(\vec{r}\,') \times \vec{\nabla}_{\vec{r}\,'} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right)$$

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \bar{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung"

$$\Rightarrow \quad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}(\vec{r}\,') \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \vec{M}(\vec{r}\,') \times \vec{\nabla}_{\vec{r}\,'} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}\,') + \vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung"

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}(\vec{r}\,')\times(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \vec{M}(\vec{r}\,') \times \vec{\nabla}_{\vec{r}\,'} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')+\vec{\nabla}\times\vec{M}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

$\longrightarrow \vec{j}_M(\vec{r}) \equiv \vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r})$ „Magnetisierungsstromdichte"

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

makroskopisch:

- $\vec{B} \equiv \overline{\vec{B}_m}, \quad \vec{A} \equiv \overline{\vec{A}_m}, \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

  $\vec{j}(\vec{r}) \equiv \bar{\vec{j}}_{frei}(\vec{r})$

  $\vec{M}(\vec{r}) \equiv \overline{\vec{M}_m}(\vec{r})$ „Magnetisierung"

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \frac{\vec{M}(\vec{r}\,')\times(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + \vec{M}(\vec{r}\,') \times \vec{\nabla}_{\vec{r}\,'} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \, \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')+\vec{\nabla}\times\vec{M}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

$\rightarrow \vec{j}_M(\vec{r}) \equiv \vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r})$ „Magnetisierungsstromdichte"

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \big(\vec{j} + \vec{j}_M\big) = \mu_0 \big(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\big)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_M\right) = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_M \right) = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \right) = \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_M \right) = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M} \right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \right) = \vec{j}$$

→ $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$ „Magnetfeld” $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_M\right) = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}$$

→ $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$ „Magnetfeld" $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}}$

- Divergenz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \vec{j}_M\right) = \mu_0\left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}$$

→ $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$ „Magnetfeld" $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}}$

- Divergenz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$
- Verhalten an Grenzflächen:

Maxwell-Gln. in *Abwesenheit freier Ströme*: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{0}$

→ Normalkomponenten von $\vec{B}$ und Tangentialkomponenten von $\vec{H}$ sind stetig

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{j}_M\right) = \mu_0 \left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\tfrac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}$$

→ $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$ „Magnetfeld” $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}}$

- Divergenz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$
- Verhalten an Grenzflächen:

  Maxwell-Gln. in *Abwesenheit freier Ströme*: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{0}$

  → Normalkomponenten von $\vec{B}$ und Tangentialkomponenten von $\vec{H}$ sind stetig

- isotrope Medien ohne permanente Magnetisierung :

  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, χ_m: „magnetische Suszeptibilität”

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\left(\vec{j} + \vec{j}_M\right) = \mu_0\left(\vec{j} + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}\right) = \vec{j}$$

→ $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$ „Magnetfeld” $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}}$

- Divergenz: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_m = 0$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0}$
- Verhalten an Grenzflächen:

  Maxwell-Gln. in *Abwesenheit freier Ströme*: $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{0}$

  → Normalkomponenten von $\vec{B}$ und Tangentialkomponenten von $\vec{H}$ sind stetig

- isotrope Medien ohne permanente Magnetisierung :

  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, χ_m: „magnetische Suszeptibilität”

  $$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right) = \mu_0\left(1 + \chi_m\right)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H},$$

  $\mu_r \equiv 1 + \chi_m$.: „relative Permeabilität”

Einteilung magnetischer Materialien

TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Einteilung magnetischer Materialien

- Diamagneten:
  - keine permanenten magnetischen Dipole
  - Einschalten des äußeren Magnetfeldes induziert Ströme

  $\rightarrow$ Magnetfelder, die dem ursprünglichen Feld entgegen wirken (Lenz'sche Regel)

  $\Rightarrow \quad \chi_m < 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_r < 1$

  - Supraleiter: $\chi_m = -1 \Rightarrow \mu_r = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$ (Meißner-Ochsenfeld-Effekt)

Einteilung magnetischer Materialien

- Diamagneten:
  - keine permanenten magnetischen Dipole
  - Einschalten des äußeren Magnetfeldes induziert Ströme

  $\rightarrow$ Magnetfelder, die dem ursprünglichen Feld entgegen wirken (Lenz'sche Regel)

  $$\Rightarrow \quad \chi_m < 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_r < 1$$

  - Supraleiter: $\chi_m = -1 \Rightarrow \mu_r = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$ (Meißner-Ochsenfeld-Effekt)

- Paramagneten:

  Auf atomarer Ebene vorhandene magnetische Dipole richten sich im äußeren Magnetfeld aus und verstärken es: $\chi_m > 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_r > 1$

Einteilung magnetischer Materialien

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Diamagneten:
  - keine permanenten magnetischen Dipole
  - Einschalten des äußeren Magnetfeldes induziert Ströme

  $\rightarrow$ Magnetfelder, die dem ursprünglichen Feld entgegen wirken (Lenz'sche Regel)

  $\Rightarrow \quad \chi_m < 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_r < 1$

  - Supraleiter: $\chi_m = -1 \Rightarrow \mu_r = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{0}$ (Meißner-Ochsenfeld-Effekt)
- Paramagneten:

  Auf atomarer Ebene vorhandene magnetische Dipole richten sich im äußeren Magnetfeld aus und verstärken es: $\chi_m > 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_r > 1$
- kollektiver Magnetismus:

  Permanente mikroskopische Dipole richten sich unterhalb einer kritischen Temperatur auch ohne äußeres Magnetfeld spontan aus.
  - Ferromagneten: $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \Rightarrow \vec{M} \neq \vec{0}$
  - Antiferromagneten: $\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow \ldots \Rightarrow \vec{M} = \vec{0}$

Maxwell-Gleichungen der Elektro- und Magnetostatik in Materie (differenzielle Form)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Maxwell-Gleichungen der Elektro- und Magnetostatik in Materieœœ (differenzielle Form):

$$\boxed{\begin{array}{rclcrcl} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} &=& \rho, & \qquad & \vec{\nabla}\cdot\vec{B} &=& 0, \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} &=& \vec{0}, & \qquad & \vec{\nabla}\times\vec{H} &=& \vec{j}. \end{array}}$$

- lineare isotrope Medien:

$$\boxed{\begin{array}{rclclcl} \vec{D} &=& \varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} &=& (1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E} &=& \varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E} \\ \vec{B} &=& \mu_0(\vec{H}+\vec{M}) &=& (1+\chi_m)\mu_0\vec{H} &=& \mu_r\mu_0\vec{H} \end{array}}$$