

# 10. Lorentz-Transformationen

---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---

# 10.1 Grenzen des Newton'schen Weltbilds

## Newton:

- ▶ dreidimensionaler **euklidischer Raum** + davon unabhängige **absolute Zeit**
- ▶ **Inertialsysteme** = Bezugssysteme, in denen die Newton'schen Gesetze gelten, insbesondere

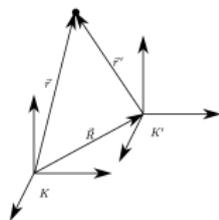
$$\text{N2:} \quad \vec{F} = \dot{\vec{p}} = m\vec{\ddot{r}} \quad (\text{für } m = \text{const.})$$

- ▶ **Galilei-Invarianz:**

Ist  $K$  ein Inertialsystem und  $K'$  ein Bezugssystem, das sich relativ zu  $K$  mit einer konstanten Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, dann ist  $K'$  ebenfalls ein Inertialsystem.

$$\vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{R}(t), \quad \vec{R}(t) = \vec{R}_0 + \vec{v}t \quad \Rightarrow \quad \vec{\ddot{r}} = \vec{\ddot{r}}' + \vec{\ddot{R}} = \vec{\ddot{r}}'$$

→ gleiche Beschleunigung in beiden Systemen ✓





## Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$  ausbreiten.



## Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$  ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:  
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.  
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)



## Maxwell:

- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$  ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:  
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.  
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)
- Existenz eines absoluten Bezugssystems („Äther“)



## Maxwell:

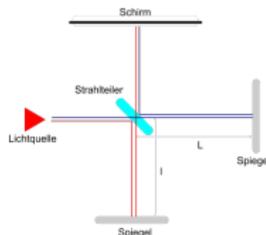
- ▶ Es gibt elektromagnetische Wellen, die sich im Vakuum mit der Geschwindigkeit  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}$  ausbreiten.
- ▶ naive Vorstellung:  
Das kann nur in einem bestimmten Bezugssystem gelten.  
(16-jähriger Einstein: Wie sieht die Lichtwelle aus, wenn ich mich mit Lichtgeschwindigkeit mitbewege?)
- Existenz eines absoluten Bezugssystems („Äther“)
- Bewegung relativ zum Äther müsste sich messen lassen



► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>

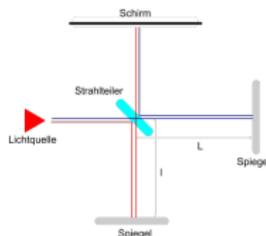




► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>



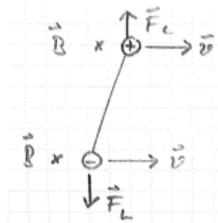
► Trouton-Noble-Experiment (1903)

zwei Ladungen an einem Stab

Erdbewegung  $\vec{v}$  → Ströme →  $B$ -Felder

→ Lorentz-Kraft → Drehmoment

wurde nicht gefunden!

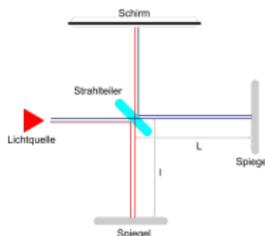




► Michelson-Morley-Experiment (1881, 1887)

Die gemessenen Lichtgeschwindigkeiten parallel und senkrecht zur Erdbewegung sind gleich.

Bildquelle: <https://www.yaclass.at/p/physik/12-schulstufe/spezielle-relativitaetstheorie-17770/grundlagen-17719/re-6d2d7936-4a6b-4fda-841f-6982d66c28d3>



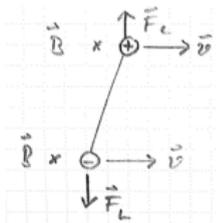
► Trouton-Noble-Experiment (1903)

zwei Ladungen an einem Stab

Erdbewegung  $\vec{v}$  → Ströme →  $B$ -Felder

→ Lorentz-Kraft → Drehmoment

wurde nicht gefunden!

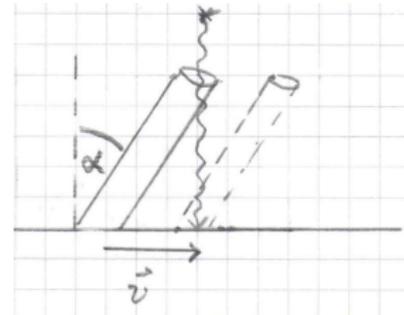


scheinbares Fazit: Die Erde ruht relativ zum Äther!

► Aberration des Sternenlichts

Während das Licht durch das Fernrohr läuft, bewegt sich die Erde weiter.

- ⇒ Der Stern wird unter einem etwas anderen Winkel gesehen.
- senkrechter Einfall:  $\tan \alpha = \frac{v}{c}$
  - gemessener Wert  $\rightarrow v = 30 \text{ km/s}$



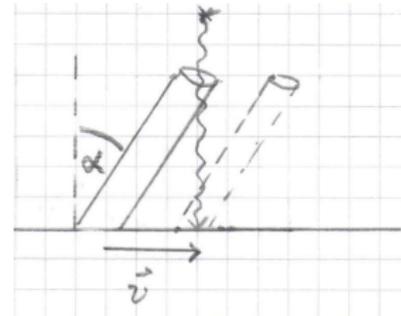


### ► Aberration des Sternenlichts

Während das Licht durch das Fernrohr läuft, bewegt sich die Erde weiter.

- ⇒ Der Stern wird unter einem etwas anderen Winkel gesehen.
- senkrechter Einfall:  $\tan \alpha = \frac{v}{c}$
- gemessener Wert  $\rightarrow v = 30 \text{ km/s}$

→ Die Erde bewegt sich relativ zum Äther!



## 10.2 Die Einstein'schen Postulate



1. Die Naturgesetze besitzen in jedem Inertialsystem die gleiche Form, insbesondere also auch in verschiedenen Inertialsystemen, die sich relativ zu einander mit konstanter Geschwindigkeit bewegen.  
(„*Relativitätsprinzip*“)
2. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist in allen Inertialsystemen gleich.



## Gedankenexperiment:

- ▶ Inertialsystem  $K$
- ▶ zwei Beobachter:
  - ▶  $B$  ruht am Ursprung von  $K$ :  $\vec{r}_B = \vec{0}$
  - ▶  $B'$  ist zur Zeit  $t = 0$  am Ursprung von  $K$  und bewegt sich mit Geschwindigkeit  $\vec{v} = \text{const.}$ :  $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$



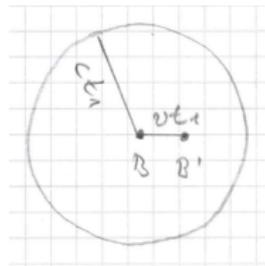
## Gedankenexperiment:

- ▶ Inertialsystem  $K$
- ▶ zwei Beobachter:
  - ▶  $B$  ruht am Ursprung von  $K$ :  $\vec{r}_B = \vec{0}$
  - ▶  $B'$  ist zur Zeit  $t = 0$  am Ursprung von  $K$  und bewegt sich mit Geschwindigkeit  $\vec{v} = \text{const.}$ :  $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$
- ▶ Lichtblitz am Ursprung zur Zeit  $t = 0$  → auslaufende Kugelwelle



## Gedankenexperiment:

- ▶ Inertialsystem  $K$
- ▶ zwei Beobachter:
  - ▶  $B$  ruht am Ursprung von  $K$ :  $\vec{r}_B = \vec{0}$
  - ▶  $B'$  ist zur Zeit  $t = 0$  am Ursprung von  $K$  und bewegt sich mit Geschwindigkeit  $\vec{v} = \text{const.}$ :  $\vec{r}_{B'} = \vec{v}t$
- ▶ Lichtblitz am Ursprung zur Zeit  $t = 0 \rightarrow$  auslaufende Kugelwelle
- ▶ Situation aus Sicht von  $B$  zur Zeit  $t = t_1$ :
  - ▶ kugelförmige Wellenfront bei  $r = ct_1$
  - ▶  $B$  im Zentrum
  - ▶  $B'$  nicht im Zentrum, sondern bei  $\vec{r} = \vec{v}t_1$

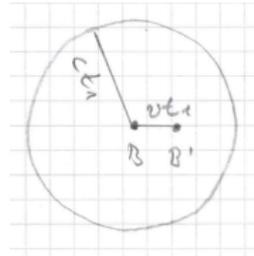




► Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$



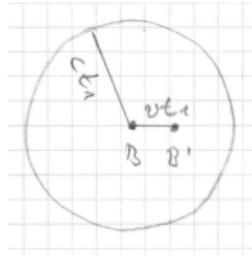


► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



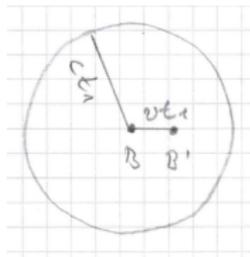
► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!

► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

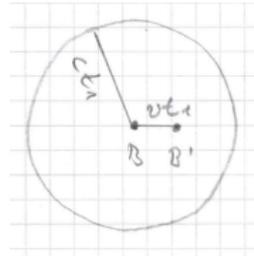


► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

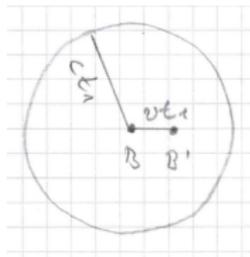
- Wellenfront  
= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der **Gleichzeitigkeit**

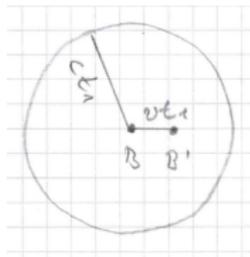
- Wellenfront  
= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden
- Ereignisse, die für  $B$  gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für  $B'$  gleichzeitig.

► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

► Wellenfront

= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

- Ereignisse, die für  $B$  gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für  $B'$  gleichzeitig.

⇒  $\text{Wellenfront}(B) \neq \text{Wellenfront}(B')$

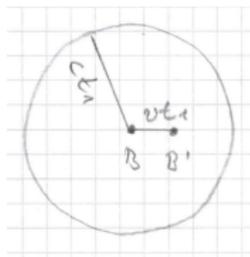


► **Newton'sche Vorstellung der Sicht von  $B'$**

(= analoges Bild mit verschobenem Ursprung):

Wellenfront entfernt sich von  $B'$  in verschiedene Richtungen  
mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten  $c - vt_1 \leq c' \leq c + v_1$

→ widerspricht dem 2. Einstein'schen Postulat!



► **Einsteins Lösung:** kritische Analyse des Begriffs der Gleichzeitigkeit

► Wellenfront

= Raumpunkte, die gleichzeitig von der Lichtwelle erreicht werden

- Ereignisse, die für  $B$  gleichzeitig stattfinden, sind nicht notwendigerweise auch für  $B'$  gleichzeitig.

⇒  $\text{Wellenfront}(B) \neq \text{Wellenfront}(B')$

⇒ Beide Beobachter können aus ihrer Sicht im Zentrum der Lichtwelle sein.

- ▶ Zeitmessung  $\hat{=}$  Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr

- ▶ Zeitmessung  $\hat{=}$  Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
- ▶ Laufzeitmessung von  $A$  nach  $B$ :  
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei  $A$  und eine bei  $B$ .  
→ müssen synchronisiert werden



- ▶ Zeitmessung  $\hat{=}$  Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
  - ▶ Laufzeitmessung von  $A$  nach  $B$ :  
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei  $A$  und eine bei  $B$ .  
→ müssen synchronisiert werden
  - ▶ Einsteins Vorschrift:
    - ▶  $A$  sendet zur Zeit  $t_0$  ein Lichtsignal aus.
    - ▶ Wenn es bei  $B$  ankommt sendet  $B$  sofort ein Lichtsignal zurück
    - ▶ Dieses kommt bei zur Zeit  $t_2 = t_0 + \delta t$  bei  $A$  an.
    - ▶  $A$  folgert, dass  $B$  das Signal zur Zeit  $t_1 = t_0 + \delta t/2$  abgesendet hat.
- konsistente Synchronisation, wenn  $A$  und  $B$  relativ zueinander ruhen

- ▶ Zeitmessung  $\hat{=}$  Gleichzeitigkeit eines Ereignisses mit der Anzeige einer Uhr
- ▶ Laufzeitmessung von  $A$  nach  $B$ :  
Man braucht streng genommen zwei Uhren, eine bei  $A$  und eine bei  $B$ .  
→ müssen synchronisiert werden
- ▶ Einsteins Vorschrift:
  - ▶  $A$  sendet zur Zeit  $t_0$  ein Lichtsignal aus.
  - ▶ Wenn es bei  $B$  ankommt sendet  $B$  sofort ein Lichtsignal zurück
  - ▶ Dieses kommt bei zur Zeit  $t_2 = t_0 + \delta t$  bei  $A$  an.
  - ▶  $A$  folgert, dass  $B$  das Signal zur Zeit  $t_1 = t_0 + \delta t/2$  abgesendet hat.
- konsistente Synchronisation, wenn  $A$  und  $B$  relativ zueinander ruhen
- ▶ funktioniert nicht, wenn sich  $A$  und  $B$  relativ zu einander bewegen!