aus Sicht von A:				aus Sicht von B:		
t_0	A ⇝	B		A ⇝	B	t_0'
t_1	A	⇄B		A	⇄B	t_1'
t_2	A ←	B		A ←	B	t_2'

Hin- und Rückweg gleich lang

$\Rightarrow t_2 - t_1 = t_1 - t_0$

Rückweg länger als Hinweg

$\Rightarrow t_2' - t_1' > t_1' - t_0'$

→ A und B können sich nicht auf eine gemeinsame Zeit einigen.

10.3 Herleitung der Transformationsvorschrift

zwei Inertialsysteme mit Zeit- und Ortskoordinaten

$K: \quad t, x, y, z$

$K': \quad t', x', y', z'$

Annahmen: 1. Zur Zeit $t = 0$ stimmen die Ursprünge überein,
d. h. $t = x = y = z = 0 \;\hat{=}\; t' = x' = y' = z' = 0$.

2. Der Ursprung von K' bewegt sich relativ zum Ursprung von K mit Geschwindigkeit $\vec{v} = \text{const.}$

„Vierervektoren":

$$(x^\mu) \equiv \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \qquad (x'^\mu) \equiv \begin{pmatrix} x'^0 \\ x'^1 \\ x'^2 \\ x'^3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

K, K' beides Inertialsysteme

$\Rightarrow$ gleichf. Bewegung in K $\Leftrightarrow$ gleichf. Bewegung in K'

$\Rightarrow$ linearer Zusammenhang: $x'^\mu = \sum_{\nu=0}^{3} \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu$

$((\Lambda^\mu{}_\nu) = 4 \times 4$ Matrix$)$

- o.B.d.A.: $\vec{v} = v\,\vec{e}_x$, $\vec{e}_{x'} \parallel \vec{e}_x$

$\hookrightarrow$ Symmetrie: $y' = y$, $z' = z$

x' und t' dürfen nicht von y oder z abhängen

$$\Rightarrow (\Lambda^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \Lambda^0{}_0 & \Lambda^0{}_1 & 0 & 0 \\ \Lambda^1{}_0 & \Lambda^1{}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} x'^0 &= \Lambda^0{}_0 x^0 + \Lambda^0{}_1 x^1 \\ x'^1 &= \Lambda^1{}_0 x^0 + \Lambda^1{}_1 x^1 \end{aligned}$$

- Lichtsignal zur Zeit $t = t' = 0$ am gemeinsamen Ursprung
  → mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitende Kugelwelle

Wellenfront in K: $\quad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$

" " K': $\quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$

$$\Rightarrow \quad (x^0)^2 - \sum_{k=1}^{3} (x^k)^2 = 0 = (x'^0)^2 - \sum_{k=1}^{3} (x'^k)^2$$

$$\Rightarrow \quad (x^0)^2 - (x^1)^2 = (x'^0)^2 - (x'^1)^2$$

$$= (x^0)^2 \left[(\Lambda^0{}_0)^2 - (\Lambda^1{}_0)^2 \right]$$
$$- (x^1)^2 \left[(\Lambda^1{}_1)^2 - (\Lambda^0{}_1)^2 \right]$$
$$+ 2 x^0 x^1 \left[\Lambda^0{}_0 \Lambda^0{}_1 - \Lambda^1{}_1 \Lambda^1{}_0 \right]$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} (\Lambda^0{}_0)^2 - (\Lambda^1{}_0)^2 &= 1 \\ (\Lambda^1{}_1)^2 - (\Lambda^0{}_1)^2 &= 1 \\ \Lambda^0{}_0 \Lambda^0{}_1 - \Lambda^1{}_1 \Lambda^1{}_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \Lambda^0{}_0 &= \Lambda^1{}_1 = \cosh \chi \\ \Lambda^1{}_0 &= \Lambda^0{}_1 = -\sinh \chi \end{aligned} \qquad (\cosh^2 \chi - \sinh^2 \chi = 1)$$

mit $\chi = \chi(v)$