Klassische Mechanik

Prof. Dr. J. Wambach

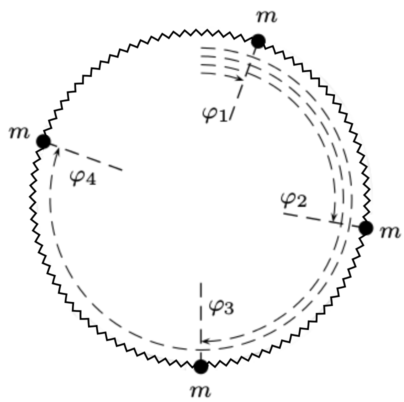
M.Sc. P. Scior
M.Sc. J. Weyrich

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wintersemester 2014/15
Übungsblatt 12 — 22. Januar 2015

Aufgabe P25: Gekoppelte Schwingung I

Vier Massenpunkte mit Masse m bewegen sich auf einem Kreis mit Radius R. Jeder Massenpunkt sei, wie in der Skizze gezeigt, nur mit seinem direkten Nachbarn durch eine Feder mit Federkonstante k verbunden. Die Gleichgewichtslagen seien durch $\varphi_{10} = \phi$, $\varphi_{20} = \phi + \frac{\pi}{2}$, $\varphi_{30} = \phi + \pi$ und $\varphi_{40} = \phi + \frac{3\pi}{2}$ gegeben, wobei ϕ beliebig sei.



a) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion des Systems für kleine Auslenkungen aus den Gleichgewichtslagen.

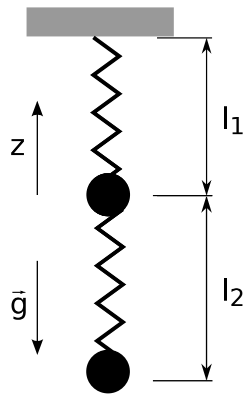
b) Bestimmen Sie die Lagrange-Gleichung 2. Art.

c) Gibt es eine Lösung mit verschwindender Eigenfrequenz?

d) Bestimmen Sie die Eigenmoden des Systems (Eigenfrequenzen *und* normierte Eigenvektoren). Tritt Frequenzentartung auf?

Aufgabe H14: Gekoppelte Schwingung II (2+2+5+1 Punkte)

Zwei Massenpunkte mit Massen m_1 und m_2 hängen an zwei Federn (mit Federkonstanten k_1 und k_2 und Gleichgewichtslängen l_1 und l_2) und bewegen sich unter Einfluss der Erdbeschleunigung. Die Gleichgewichtslängen gelten in Abwesenheit der Erdbeschleunigung.



a) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion des Systems.

b) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslängen der beiden Massenpunkte unter Einfluss der Erdbeschleunigung.

c) Bestimmen Sie die Eigenmoden des Systems (Eigenfrequenzen *und* Eigenvektoren).

d) Beschränken Sie sich nun auf den Spezialfall $m_1 = m_2 = m,\ k_1 = k_2 = k$. Wie lauten die Eigenmoden in diesem Fall?