

Klassische Mechanik

Prof. Dr. J. Wambach

M.Sc. P. Scior

M.Sc. J. Weyrich



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 15

12. Februar 2015

Aufgabe P31: Poisson-Klammern II

Betrachten Sie einen zweidimensionalen harmonischen Oszillator, beschrieben durch

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + m^2 \omega^2 x^2) + \frac{1}{2m} (p_y^2 + m^2 \omega^2 y^2).$$

Da die z -Achse eine Symmetrieachse des Systems ist können wir sofort ablesen, dass die z -Komponente des Drehimpuls

$$L = xp_y - yp_x,$$

eine Erhaltungsgröße des Systems ist (Noether Theorem). Wir definieren nun die drei Größen

$$S_1 = \frac{1}{2m\omega} (p_x p_y + m^2 \omega^2 xy),$$

$$S_2 = \frac{1}{4m\omega} (p_y^2 - p_x^2 + m^2 \omega^2 (y^2 - x^2)),$$

$$S_3 = \frac{L}{2} = \frac{1}{2} (xp_y - yp_x).$$

- Zeigen Sie mit Hilfe der Poisson-Klammern, dass S_1 eine Erhaltungsgröße der Bewegung ist.
- Berechnen Sie

$$\{S_1, S_3\}.$$

- Warum ist S_2 eine Erhaltungsgröße des Systems?