Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- Lagrange-Dichte $\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu \phi_0)^2 - m_0^2 \phi_0^2\right] - \frac{\lambda_0}{4!}\phi_0^4$
  - ϕ_0, m_0, λ_0 unrenormierte („nackte") Größen
  - nackter Propagator: $iD_0(p) = \frac{i}{p^2 - m_0^2 + i\varepsilon}$
  - nackter Vertex: $-i\lambda_0$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Lagrange-Dichte $\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu\phi_0)^2 - m_0^2\phi_0^2\right] - \frac{\lambda_0}{4!}\phi_0^4$
  - ϕ_0, m_0, λ_0 unrenormierte („nackte”) Größen
  - nackter Propagator: $iD_0(p) = \frac{i}{p^2 - m_0^2 + i\varepsilon}$
  - nackter Vertex: $-i\lambda_0$
- voller („gedresster”) Propagator: $iD(p) = \int d^4x\, e^{ip\cdot x}\, \langle\Omega|T(\phi_0(x)\phi_0(0)|\Omega\rangle$

$$iD(p) = iD_0(p) + iD_0(p)(-i\Sigma(p))iD_0(p) + iD_0(p)(-i\Sigma(p))iD_0(p)(-i\Sigma(p))iD_0(p) + \dots$$

$$= iD_0(p) + iD_0(p)\Sigma(p)D(p) \qquad = \frac{i}{p^2 - m_0^2 - \Sigma(p) + i\varepsilon}$$

  - Σ : ein-Teilchen-irreduzibler (1PI) Selbstenergie-Einschub (kann nicht durch Zerschneiden einer einzelnen Linie geteilt werden)
  - Ausdruck für $D(p)$ exakt, wenn Σ : *alle* (1PI) Selbstenergie-Einschübe enthält

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- störungstheoretische Auswertung: Σ ist quadratisch divergent!
- oberflächlicher Divergenzgrad:
  - Faktor $D = 4$ für jeden Loop
  - Faktor $D = -2$ für jeden Propagator

  $\Rightarrow$ hier: $D = 4 - 2 = 2$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- störungstheoretische Auswertung: Σ ist quadratisch divergent!
- oberflächlicher Divergenzgrad:
  - Faktor $D = 4$ für jeden Loop
  - Faktor $D = -2$ für jeden Propagator

  $\Rightarrow$ hier: $D = 4 - 2 = 2$
- Vorgehensweise:
  1. vorläufige Regularisierung der Integrale
  2. Taylor-Entwicklung um einen beliebigen Renormierungspunkt:

     $\Sigma(p^2) = \Sigma(\mu^2) + (p^2 - \mu^2)\Sigma'(\mu^2) + \tilde{\Sigma}(p^2)$

     ($\Sigma(\mu^2)$, $\Sigma'(\mu^2)$ divergent, $\tilde{\Sigma}(p^2)$ konvergent)
  3. Wähle $m_0^2 + \Sigma(\mu^2) = \mu^2 \quad \Rightarrow \quad D(p)$ hat einen Pol bei $p^2 = \mu^2$

     $\Rightarrow \quad \mu^2 \equiv m^2$ ist die physikalische Masse

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- Massenrenormierung: $m_0^2 + \Sigma(m^2) = m^2$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Massenrenormierung: $m_0^2 + \Sigma(m^2) = m^2$
- Propagator: $iD(p) = \frac{iZ_\phi}{p^2 - m^2 - \tilde{\Sigma}(p^2) + i\varepsilon}$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Massenrenormierung: $m_0^2 + \Sigma(m^2) = m^2$
- Propagator: $iD(p) = \frac{iZ_\phi}{p^2 - m^2 - \tilde{\Sigma}(p^2) + i\varepsilon}$
- Wellenfunktionsrenormierungskonstante: $Z_\phi = 1 + \Sigma'(m^2) + \mathcal{O}(\lambda_0^2)$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Massenrenormierung: $m_0^2 + \Sigma(m^2) = m^2$
- Propagator: $iD(p) = \frac{iZ_\phi}{p^2 - m^2 - \tilde{\Sigma}(p^2) + i\varepsilon}$
- Wellenfunktionsrenormierungskonstante: $Z_\phi = 1 + \Sigma'(m^2) + \mathcal{O}(\lambda_0^2)$
- renormiertes Feld: $\phi = Z_\phi^{-1/2}\phi_0$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- Massenrenormierung: $m_0^2 + \Sigma(m^2) = m^2$
- Propagator: $iD(p) = \frac{iZ_\phi}{p^2 - m^2 - \tilde{\Sigma}(p^2) + i\varepsilon}$
- Wellenfunktionsrenormierungskonstante: $Z_\phi = 1 + \Sigma'(m^2) + \mathcal{O}(\lambda_0^2)$
- renormiertes Feld: $\phi = Z_\phi^{-1/2}\phi_0$
- renormierter Propgator:

$$iD_R(p) = \int d^4x\, e^{ip\cdot x} \langle\Omega|T(\phi(x)\phi(0)|\Omega\rangle = iZ_\phi^{-1}D(p) = \frac{i}{p^2 - m^2 - \tilde{\Sigma}(p^2) + i\varepsilon}$$