Renormierung der ϕ^4-Theorie

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- n-Punkt-Funktion: $G^{(n)}(x_1, \dots, x_n) = \langle\Omega| T(\phi_0(x_1) \dots \phi_0(x_n)|\Omega\rangle$
- renormierte Felder: $\phi = Z_\phi^{-\frac{1}{2}} \phi_0 \quad \Rightarrow \quad G_R^{(n)} = Z_\phi^{-\frac{n}{2}} G^{(n)}$
- amputierte n-Punkt-Funktionen:

$$\Gamma_{(R)}^{(n)}(p_1, \dots, p_n) = D_{(R)}^{-1}(p_1) \dots D_{(R)}^{-1}(p_n) G_{(R)}^{(n)}(p_1, \dots, p_n) \quad \Rightarrow \quad \Gamma_R^{(n)} = Z_\phi^{\frac{n}{2}} \Gamma^{(n)}$$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- n-Punkt-Funktion: $G^{(n)}(x_1, \dots, x_n) = \langle \Omega | T(\phi_0(x_1) \dots \phi_0(x_n) | \Omega \rangle$
- renormierte Felder: $\phi = Z_\phi^{-\frac{1}{2}} \phi_0 \quad \Rightarrow \quad G_R^{(n)} = Z_\phi^{-\frac{n}{2}} G^{(n)}$
- amputierte n-Punkt-Funktionen:

  $$\Gamma^{(n)}_{(R)}(p_1, \dots, p_n) \; = \; D^{-1}_{(R)}(p_1) \dots D^{-1}_{(R)}(p_n) G^{(n)}_{(R)}(p_1, \dots, p_n) \quad \Rightarrow \quad \Gamma_R^{(n)} = Z_\phi^{\frac{n}{2}} \Gamma^{(n)}$$
- 4-Punkt-Funktion:

  $$\Gamma^{(4)}(p_1, \dots, p_4) \; = \; -i\lambda_0 + \Gamma(s) + \Gamma(t) + \Gamma(u) + \mathcal{O}(\lambda_0^3)$$
  - $\Gamma(p^2)$: 1-Loop-Korektur, $\mathcal{O}(\lambda_0^2)$, logarithmisch divergent
- Entwickle um Renormierungspunkt $(s_0.t_0, u_0)$:

  $$\Gamma^{(4)}(p_1, \dots, p_4) \; = \; \underbrace{-i\lambda_0 + \Gamma(s_0) + \Gamma(t_0) + \Gamma(u_0)}_{=-iZ_\lambda^{-1}\lambda_0} + \underbrace{\tilde{\Gamma}(s) + \tilde{\Gamma}(t) + \tilde{\Gamma}(u)}_{\text{endlich}} + \mathcal{O}(\lambda_0^3)$$

Renormierung der ϕ^4-Theorie

- Renormierte Vertexfunktion:

$$\Gamma_R^{(4)} = Z_\phi^2 \Gamma^{(4)} = \underbrace{-iZ_\lambda^{-1} Z_\phi^2 \lambda_0}_{\text{am Renormpkt. gemessene Kooplung}} + Z_\phi^2 \underbrace{[\tilde{\Gamma}(s) + \tilde{\Gamma}(t) + \tilde{\Gamma}(u)])}_{\text{verschwindet am Renormpkt.}} + \mathcal{O}(\lambda_0^3)$$

  - phys. Kopplungskonstante am Renormierungspunkt: $\lambda = Z_\lambda^{-1} Z_\phi^2 \lambda_0$
  - $\Gamma_R^{(4)}(p_1, \dots, p_4) = \underbrace{-i\lambda}_{\text{Messwert am Renormpkt.}} + \underbrace{[\tilde{\Gamma}(s) + \tilde{\Gamma}(t) + \tilde{\Gamma}(u)])}_{\text{nicht-triviale Abweichung}} + \mathcal{O}(\lambda^3)$

Loop-Korrekturen in der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- gedresster Elektron-Propagator: $S^{-1}(p) = S_0^{-1}(p) - \Sigma(p)$
  - $S_0^{-1}(p) = \not{p} - m_0 + i\varepsilon$
  - $\Sigma(p)$ 1PI Selbstenergie
- Lorentz-Invarianz: $\Sigma(p) = A(p^2)\not{p} + B(p^2)$

$$\Rightarrow \quad S_0^{-1}(p) = (1 - A(p^2))\left[\not{p} - \frac{m_0 + B(p^2)}{1 - A(p^2)} + i\varepsilon\right]$$

- physikalische Masse = Polstelle des Propagators
  - Massenrenormierung: $m = \frac{m_0 + B(m^2)}{1 - A(m^2)} = Z_2(m_0 + B(m^2))$
  - Wellenfunktionsrenormierungskonst.: $Z_2^{-1} = 1 - A(m^2)$
- renormierte Felder: $\psi_R = Z_2^{-\frac{1}{2}}\psi$
- renormierter Propagator: $S_0^{-1}(p) = \frac{1}{\not{p} - m - \tilde{\Sigma}(p) + i\varepsilon}$