Ein-Loop-Renormierung der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Elektron-Selbstenergie (renormiert):

$$\Sigma(p) = \frac{\alpha}{2\pi} \int_0^1 dx \left\{ [2m - \not{p}(1-x)] \ln\left(\frac{m^2x^2+\mu^2(1-x)}{m^2x+\mu^2(1-x)-p^2x(1-x)-i\tilde{\varepsilon}} \right) \right.$$
$$\left. -2(\not{p}-m)\, \frac{m^2(1+x)x(1-x)}{m^2x^2+\mu^2(1-x)} \right\}$$

  - enthält keine UV-Divergenzen mehr
  - unabhängig vom Regularisierungsverfahren (gleiche Ergebnisse für Pauli-Villars im Limes $\Lambda \to \infty$ und dimensionaler Regularisierung im Limes $\varepsilon \to 0$)
  - $\mathrm{Im}\,\Sigma(p) \neq 0$ für $p^2 > (m+\mu)^2$
  - Infrarot-divergent für $\mu \to 0$

Ein-Loop-Renormierung der QED

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Photon-Polarisationsfunktion: $\Pi^{\mu\nu}(q^2) = (q^2 g^{\mu\nu} - q^\nu q^\nu)\,\Pi(q^2)$
  - $\Pi(q^2) = \Pi_2(q^2) - \delta_3 = \Pi_2(q^2) - \Pi_2(0)$
  $$= \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx\, x(1-x)\, \ln\left(\frac{m^2 - x(1-x)q^2 - i\tilde{\varepsilon}}{m^2}\right)$$
  - $\mathrm{Im}\,\Pi(q^2) \neq 0$ für $q^2 > 4m^2$

Ein-Loop-Renormierung der QED

- Photon-Polarisationsfunktion: $\Pi^{\mu\nu}(q^2) = (q^2 g^{\mu\nu} - q^\nu q^\nu)\,\Pi(q^2)$
  - $\Pi(q^2) = \Pi_2(q^2) - \delta_3 = \Pi_2(q^2) - \Pi_2(0)$

    $$= \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx\, x(1-x)\, \ln\left(\frac{m^2 - x(1-x)q^2 - i\tilde{\varepsilon}}{m^2}\right)$$
  - $\mathrm{Im}\,\Pi(q^2) \neq 0 \quad \text{für } q^2 > 4m^2$
- Elektron-Photon-Vertexfunktion:

  $$-ie\,\Gamma^\mu(p+q,p) = -ie\left(\gamma^\mu + \Gamma^\mu_{\text{Loop}}(p+q,p) + \delta_1\gamma^\mu\right)$$
  - Renormierungsbedingung: $\Gamma^\mu(p,p) \overset{!}{=} \gamma^\mu$
  - Ergebnis für den Counterterm: $\delta_2 = \delta_1 \quad \Rightarrow \quad Z_1 = Z_2$

  $\Rightarrow$ Ladungsrenormierung: $e = Z_1 Z_2^{-1} Z_3^{\frac{1}{2}} e_0 = Z_3^{\frac{1}{2}} e_0 = (1+\delta_3)^{\frac{1}{2}} e_0$