Renormierung des Linearen Sigma-Modells

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Lineares Sigma-Modell:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2} Z (\partial_\mu \vec{\phi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\phi}) + \frac{1}{2} \mu_0^2 Z \vec{\phi}^{\,2} - \frac{1}{4} \lambda_0 Z^2 \left(\vec{\phi}^{\,2} \right)^2$$

  - $\vec{\phi}$: renormierte Felder, $\vec{\phi}_{\text{unren}} = Z^{1/2} \vec{\phi}$ unrenormierte Felder
  - μ_0^2, λ_0: nackte Kopplungen

- Def: $Z =: 1 + \delta_Z, \quad -\mu_0^2 Z =: -\mu^2 + \delta\mu, \quad \lambda_0 Z^2 =: \lambda + \delta_\lambda$

$$\Rightarrow \mathscr{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\phi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\phi}) + \frac{1}{2} \mu^2 \vec{\phi}^{\,2} - \frac{1}{4} \lambda \left(\vec{\phi}^{\,2} \right)^2$$

$$+ \frac{1}{2} \delta_Z (\partial_\mu \vec{\phi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\phi}) - \frac{1}{2} \delta_\mu \vec{\phi}^{\,2} - \frac{1}{4} \delta_\lambda \left(\vec{\phi}^{\,2} \right)^2$$

- Divergenzstruktur:
  - $D = 4 - N$
  - 3 divergente Taylor-Koeffizienten
  - 3 Counterterme ✓

Renormierung des Linearen Sigma-Modells

- Entwicklung um das klassische Minimum: $\vec{\phi}(x) = \begin{pmatrix} \pi_1(x) \\ \vdots \\ \pi_{N-1}(x) \\ v + \sigma(x) \end{pmatrix}, \qquad v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$

  $\Rightarrow \mathscr{L} = ...$

  - unterschiedliche Treelevel-Massen und Zweipunkt-Counterterme für σ und π
  - unterschiedliche Vierpunkt-Vertizes und Couterterme für $\sigma\sigma\sigma\sigma$, $\sigma\sigma\pi\pi$ und $\pi\pi\pi\pi$
  - zusätzlich: Dreipunkt-Vertizes sowie Drei- und Einpunkt-Counterterme
    $\Rightarrow$ N-Punktfunktionen mit ungeradem N möglich

  $\Rightarrow$ kompliziertere Struktur, $O(N)$-Symmetrie nicht mehr offensichtlich

Renormierung des Linearen Sigma-Modells

- Entwicklung um das klassische Minimum: $\vec{\phi}(x) = \begin{pmatrix} \pi_1(x) \\ \vdots \\ \pi_{N-1}(x) \\ v + \sigma(x) \end{pmatrix}, \qquad v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}$

  $\Rightarrow \mathscr{L} = \ldots$

  - unterschiedliche Treelevel-Massen und Zweipunkt-Counterterme für σ und π
  - unterschiedliche Vierpunkt-Vertizes und Couterterme für $\sigma\sigma\sigma\sigma$, $\sigma\sigma\pi\pi$ und $\pi\pi\pi\pi$
  - zusätzlich: Dreipunkt-Vertizes sowie Drei- und Einpunkt-Counterterme
    $\Rightarrow$ N-Punktfunktionen mit ungeradem N möglich

  $\Rightarrow$ kompliziertere Struktur, $O(N)$-Symmetrie nicht mehr offensichtlich

- Renormierbarkeit?
  - 8 primitiv divergente 1PI-Amplituden
  - 8 Counterterme, aber nur 3 unabhängige Parameter: $\delta_Z, \delta_\mu, \delta_\lambda,$

  $\rightarrow$ nicht offensichtlich, dass alle Divergenzen beseitigt werden können

Renormierung des Linearen Sigma-Modells

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Renormierungsbedingungen: 3 Bedingungen zur Fixierung der 3 Parameter
  - Variante 1:

    Fixiere Pol (= Masse) und Residuum des σ-Propagators
    und die $\sigma\sigma$-Streuamplitude an der Schwelle

    → nichttriviale Vorhersagen: $\langle\sigma\rangle$, m_π, $\pi\pi$- und $\sigma\pi$-Streuamplituden, ...
  - Variante 2:

    Fixiere $\langle\sigma\rangle = 0$, Residuum des σ-Propagators
    und die $\sigma\sigma$-Streuamplitude an der Schwelle

    → nichttriviale Vorhersagen: m_σ, m_π, $\pi\pi$- und $\sigma\pi$-Streuamplituden, ...
  - ...

Renormierung des Linearen Sigma-Modells

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Renormierungsbedingungen: 3 Bedingungen zur Fixierung der 3 Parameter
  - Variante 1:
    Fixiere Pol (= Masse) und Residuum des σ-Propagators
    und die $\sigma\sigma$-Streuamplitude an der Schwelle

    $\rightarrow$ nichttriviale Vorhersagen: $\langle\sigma\rangle$, m_π, $\pi\pi$- und $\sigma\pi$-Streuamplituden, ...
  - Variante 2:
    Fixiere $\langle\sigma\rangle = 0$, Residuum des σ-Propagators
    und die $\sigma\sigma$-Streuamplitude an der Schwelle

    $\rightarrow$ nichttriviale Vorhersagen: m_σ, m_π, $\pi\pi$- und $\sigma\pi$-Streuamplituden, ...
  - ...
- Explizite Ein-Loop-Rechnung:
  - alle Amplituden endlich
  - $m_\pi = 0$ Goldstone-Theorem bleibt gültig