Die Renormierungsgruppe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Renormierte und unrenormierte 1PI n-Punkt-Funktionen:
  - $\Gamma_R^{(n)}\big(\{p_i\}, m_R, \lambda_R, M\big)$, $\quad M$: Renormierungsskala
  - $\Gamma_0^{(n)}\big(\{p_i\}, m_0, \lambda_0\big)$ $\quad$ unabhängig von M
  - Zusammenhang: $\Gamma_0^{(n)} = Z_\phi^{-\frac{n}{2}}\Gamma_R^{(n)}$

$$\Rightarrow \quad \left[M\frac{\partial}{\partial M} + \beta\frac{\partial}{\partial \lambda_R} - n\gamma + m_R\gamma_m\frac{\partial}{\partial m_R}\right]\Gamma_R^{(n)} = 0 \qquad \text{Callan-Symanzik-Gleichung}$$

  - $\beta = M\frac{\partial \lambda_R}{\partial M}$ $\quad$ β-Funktion
  - $\gamma = M\frac{\partial}{\partial M}\ln\sqrt{Z_\phi}$
  - $\gamma_m = \frac{M}{m_R}\frac{\partial m_R}{\partial M}$

Die Renormierungsgruppe

- Transformation der Energieskala:

  $p_i \to tp_i, \quad m_R \to tm_R, \quad M \to tM, \qquad \lambda_R \to \lambda_R$

Die Renormierungsgruppe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Transformation der Energieskala:

  $$p_i \to tp_i, \quad m_R \to tm_R, \quad M \to tM, \qquad \lambda_R \to \lambda_R$$

- kanonische Dimension = Energiedimension von $\Gamma^{(n)}$: D

  $$\Rightarrow \quad \Gamma_R^{(n)}\big(\{tp_i\}, tm_R, \lambda_R, tM\big) = t^D\,\Gamma_R^{(n)}\big(\{p_i\}, m_R, \lambda_R, M\big)$$

Die Renormierungsgruppe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Transformation der Energieskala:

  $$p_i \to t p_i, \quad m_R \to t m_R, \quad M \to t M, \qquad \lambda_R \to \lambda_R$$

- kanonische Dimension = Energiedimension von $\Gamma^{(n)}$: $\;D$

  $$\Rightarrow \quad \Gamma_R^{(n)}\big(\{t p_i\}, t m_R, \lambda_R, t M\big) = t^D\, \Gamma_R^{(n)}\big(\{p_i\}, m_R, \lambda_R, M\big)$$

- Mit Hilfe der Callan-Symanzik-Gleichung ergibt sich daraus:

  $$\Big[-t\frac{\partial}{\partial t} + \beta \frac{\partial}{\partial \lambda_R} - n\gamma + m(\gamma_m - 1)\frac{\partial}{\partial m_R} + D \Big] \Gamma_R^{(n)}\big(\{t p_i\}, m_R, \lambda_R, M\big) = 0$$

  - Falls $\beta = \gamma = 0,\ \gamma_m = 1$: $\quad t\frac{\partial}{\partial t}\Gamma_R^{(n)} = D\, \Gamma_R^{(n)}$
  - $\beta \neq 0,\ \gamma \neq 0,\ \gamma_m \neq 1 \quad \to$ anomale Dimension

Die Renormierungsgruppe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Transformation der Energieskala:

  $$p_i \to tp_i, \quad m_R \to tm_R, \quad M \to tM, \qquad \lambda_R \to \lambda_R$$

- kanonische Dimension = Energiedimension von $\Gamma^{(n)}$: D

  $$\Rightarrow \quad \Gamma_R^{(n)}\left(\{tp_i\}, tm_R, \lambda_R, tM\right) = t^D\, \Gamma_R^{(n)}\left(\{p_i\}, m_R, \lambda_R, M\right)$$

- Mit Hilfe der Callan-Symanzik-Gleichung ergibt sich daraus:

  $$\left[-t\frac{\partial}{\partial t} + \beta\frac{\partial}{\partial \lambda_R} - n\gamma + m(\gamma_m - 1)\frac{\partial}{\partial m_R} + D\right]\Gamma_R^{(n)}\left(\{tp_i\}, m_R, \lambda_R, M\right) = 0$$

  - Falls $\beta = \gamma = 0, \gamma_m = 1$: $\quad t\frac{\partial}{\partial t}\Gamma_R^{(n)} = D\,\Gamma_R^{(n)}$
  - $\beta \neq 0, \gamma \neq 0, \gamma_m \neq 1 \quad \to$ anomale Dimension

- Ansatz: $\Gamma_R^{(n)}\left(\{tp_i\}, m_R, \lambda_R, M\right) = f(t)\,\Gamma_R^{(n)}\left(\{p_i\}, m_R(t), \lambda_R(t), M\right)$

  $$\Rightarrow \quad t\frac{\partial \lambda_R(t)}{\partial t} = \beta \qquad \to \text{ laufende Kopplungskonstante}$$

  $$t\frac{\partial m_R(t)}{\partial t} = m_R[\gamma_m - 1] \qquad \to \text{ laufende Masse}$$

  $$\frac{1}{f(t)}\frac{df}{dt} = D - n\gamma$$