Wick'sches Theorem

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Wick'sches Theorem

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Feldoperator im Wechselwirkungsbild:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x} \equiv \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \phi^{(+)}(x)|0\rangle = 0 = \langle 0|\phi^{(-)}(x)$$

Wick'sches Theorem

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- Feldoperator im Wechselwirkungsbild:

  $\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}}\, a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}}\, a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x} \equiv \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x)$

  $\Rightarrow \quad \phi^{(+)}(x)|0\rangle = 0 = \langle 0|\phi^{(-)}(x)$

- normal-geordnetes Produkt: alle Erzeuger links von den Vernichtern

  z.B. $N\left\{\phi^{(+)}(x)\phi^{(-)}(y)\right\} = \phi^{(-)}(y)\phi^{(+)}(x)$

Wick'sches Theorem

- Feldoperator im Wechselwirkungsbild:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x} \equiv \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \phi^{(+)}(x)|0\rangle = 0 = \langle 0|\phi^{(-)}(x)$$

- normal-geordnetes Produkt: alle Erzeuger links von den Vernichtern

z.B. $N\left\{\phi^{(+)}(x)\phi^{(-)}(y)\right\} = \phi^{(-)}(y)\phi^{(+)}(x)$

- Zeit-geordnetes Produkt: $T\{\phi(x)\phi(y)\} = N\{\phi(x)\phi(y)\} + \overline{\phi(x)\phi}(y)$
  - Kontraktion:

$$\overline{\phi(x)\phi}(y) = \left\{ \begin{array}{lll} [\phi^{(+)}(x), \phi^{(-)}(y)] & \text{für} & x^0 > y^0 \\ [\phi^{(+)}(y), \phi^{(-)}(x)] & \text{"} & x^0 < y^0 \end{array} \right\} = D_F(x-y)$$

Wick'sches Theorem

- Feldoperator im Wechselwirkungsbild:

$$\phi(x) = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,\frac{1}{\sqrt{2E_p}}\,a_{\vec{p}}\,e^{-ip\cdot x} + \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,\frac{1}{\sqrt{2E_p}}\,a^\dagger_{\vec{p}}\,e^{ip\cdot x} \equiv \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \phi^{(+)}(x)|0\rangle = 0 = \langle 0|\phi^{(-)}(x)$$

- normal-geordnetes Produkt: alle Erzeuger links von den Vernichtern

z.B. $N\left\{\phi^{(+)}(x)\phi^{(-)}(y)\right\} = \phi^{(-)}(y)\phi^{(+)}(x)$

- Zeit-geordnetes Produkt: $T\left\{\phi(x)\phi(y)\right\} = N\left\{\phi(x)\phi(y)\right\} + \overline{\phi(x)\phi}(y)$
  - Kontraktion:

$$\overline{\phi(x)\phi}(y) = \left\{\begin{array}{lll} [\phi^{(+)}(x), \phi^{(-)}(y)] & \text{für} & x^0 > y^0 \\ [\phi^{(+)}(y), \phi^{(-)}(x)] & \text{"} & x^0 < y^0 \end{array}\right\} = D_F(x-y)$$

- Wick'sches Theorem:

$$T\left\{\phi(x_1)\,...\,\phi(x_n)\right\} = N\Big\{\phi(x_1)\,...\,\phi(x_n) + \text{alle möglichen Kontraktionen}\Big\}$$

Wick'sches Theorem

- Feldoperator im Wechselwirkungsbild:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_{\vec{p}}\, e^{-ip\cdot x} + \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a^\dagger_{\vec{p}}\, e^{ip\cdot x} \equiv \phi^{(+)}(x) + \phi^{(-)}(x)$$

$$\Rightarrow \quad \phi^{(+)}(x)|0\rangle = 0 = \langle 0|\phi^{(-)}(x)$$

- normal-geordnetes Produkt: alle Erzeuger links von den Vernichtern

z.B. $N\left\{\phi^{(+)}(x)\phi^{(-)}(y)\right\} = \phi^{(-)}(y)\phi^{(+)}(x)$

- Zeit-geordnetes Produkt: $T\left\{\phi(x)\phi(y)\right\} = N\left\{\phi(x)\phi(y)\right\} + \overline{\phi(x)\phi}(y)$
  - Kontraktion:

$$\overline{\phi(x)\phi}(y) = \left\{ \begin{array}{lll} [\phi^{(+)}(x), \phi^{(-)}(y)] & \text{für} & x^0 > y^0 \\ [\phi^{(+)}(y), \phi^{(-)}(x)] & \text{"} & x^0 < y^0 \end{array} \right\} = D_F(x-y)$$

- Wick'sches Theorem:

$$T\left\{\phi(x_1)\ldots\phi(x_n)\right\} = N\Big\{\phi(x_1)\ldots\phi(x_n) + \text{alle möglichen Kontraktionen}\Big\}$$

$$\Rightarrow \quad \langle 0|T\left\{\phi(x_1)\ldots\phi(x_n)\right\}|0\rangle = \text{alle vollständig kontrahierten Terme}$$

Feynman-Diagramme

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

- $\langle 0 | T \left\{ \phi(x)\phi(y) \ \exp[-i \int dt \, H_I(t)] \right\} | 0 \rangle$
  = Summe aller Diagramme mit externen Punkten x und y
- Feynman-Regeln zur Berechnung der Diagramme in ϕ^4-Theorie:
  - Propagator (Linie zwischen x_1 und x_2): $D_F(x_1 - x_2)$
  - Vertex an internen Punkten z : $(-i\lambda) \int d^4 z$
  - externe Punkte: Faktor 1
  - Teile durch Symmetriefaktor $S = \prod S_i$:
    - $S_i = 2$ für jede Linie, die am gleichen Punkt beginnt und endet
    - $S_i = N!$, wenn N Linien die gleichen Punkte verbinden
    - $S_i = N!$, wenn N Vertizes äquivalent sind

Feynman-Diagramme

- $D_F(x-y) = \int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\,\frac{i}{p^2-m^2+\varepsilon}\; e^{-ip\cdot(x-y)}$

$\Rightarrow$ Feynman-Regeln im Impulsraum:

  - Propagator mit Impuls p: $\frac{i}{p^2-m^2+i\varepsilon}$
  - Vertex: $-i\lambda$
  - externer Punkt x, in den der Impuls p einläuft: $e^{-ip\cdot x}$
  - externer Punkt y, aus dem der Impuls p ausläuft: $e^{ip\cdot y}$
  - Vierimpulserhaltung an jedem Vertex
  - Integriere über alle unbestimmten Impulse $\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}$
  - Teile durch Symmetriefaktor