

Quantentheorie und Statistische Physik für LaG

Prof. Dr. J. Wambach



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2014

7. Übungsblatt

9. Juli 2014

Aufgabe P12: Reflexion und Transmission

Ein Strom von Teilchen mit Masse m und Energie $E > V_0$ trifft, von links einlaufend, auf eine Potentialstufe $V(x) = V_0 \Theta(x)$ (siehe letzte Hausübung). Die Wahrscheinlichkeitsstromdichte (Teilchenfluss) ist gegeben durch

$$j = \frac{\hbar}{2im} \left(\phi^* \frac{\partial}{\partial x} \phi - \phi \frac{\partial}{\partial x} \phi^* \right).$$

Zeigen Sie damit, dass Stromerhaltung gilt, d. h. dass der Strom des reflektierten und des transmittierten Anteils der Wellenfunktion zusammen den Strom des einfallenden Anteils ergeben.

Hinweis: Der Reflektions- und Transmissionskoeffizient ist für dieses Potential durch

$$R = \left(\frac{k - k'}{k + k'} \right)^2, \quad T = \frac{k'}{k} \left(\frac{2k}{k + k'} \right)^2$$

gegeben.

Aufgabe P13: Endlich hoher Potentialtopf

Wie in der Vorlesung besprochen sei ein endlich hoher Potentialtopf definiert durch das Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -a \\ -V_0 & \text{für } -a \leq x \leq a \\ 0 & \text{für } x > a \end{cases}.$$

Zeigen Sie, dass für $-V_0 < E < 0$ aus den Anschlussbedingungen die Gleichung

$$\frac{2}{\tan(ka)} = - \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} \right)$$

mit $k'(x) = \sqrt{-\frac{2m}{\hbar^2} E}$ und $k(x) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E + V_0)}$ für die Energie des Systems folgt.

Diese Gleichung lässt sich nicht mehr analytisch lösen. Im Allgemeinen kann das Lösen der Gleichung graphisch geschehen, indem man beide Seiten der Gleichung als Funktion der Energie aufträgt und Schnittpunkte sucht. Dies ist hier aber nicht gefordert.

Hinweis: Es wird am 17. Juli 2014 um 15:00 Uhr eine zusätzliche Sprechstunde angeboten. Diese findet in S211/207 statt.