Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Präsenzübung

Prof. Dr. Guy Moore

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1: Über Wellen.

Nehmen Sie an, die Dichte der Luft sei $\rho_0(x,t) + q(x,t)$, wobei ρ_0 die mittlere Dichte ist und $q(x,t)$ ist eine extra Über- oder Unterdichte. Solch eine Ober- oder Unterdichte propagiert gemäß der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} q(x,t) = c_s^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} q(x,t) \tag{11.1.1}$$

mit c_s der Schallgeschwindigkeit.

11.1a)

Zeigen Sie für zwei beliebige Funktionen in einer Variablen $q_1(z)$ und $q_2(z)$, dass $q(x,t) = q_1(x - c_s t) + q_2(x + c_s t)$ eine Lösung der Wellengleichung ist.

11.1b)

Betrachten Sie die "Dreiecksfunktion"

$$q_t(z) = \begin{cases} 0 & z < -1 \\ 1+z & -1 < z < 0 \\ 1-z & 0 < z < 1 \\ 0 & z > 1 \end{cases} \tag{11.1.2}$$

Zeichnen Sie diese Funktion. Nehmen Sie an, dass $q(x,t) = q_t(x - c_s t)$. Zeichnen Sie $q(x, t = 0)$ und $q(x, t = 1)$ für den Fall $c_s = 2$ (das heißt, fertigen Sie ein Diagramm von q gegen x für beide Zeiten an.)

11.1c)

Für die Lösung, die wir gerade gefunden haben, was ist $\dot{q}(x, t = 0)$ (wobei der Punkt die Ableitung nach der Zeit bezeichnet)? Zeichnen Sie es auf.

11.1d)

Nehmen Sie jetzt die selbe Funktion q_t, aber verwenden Sie sie für q_2, das heißt $q(x,t) = q_t(x + c_s t)$. Finden Sie $\dot{q}(x, t = 0)$ und $q(x, t = 1)$. Zeichnen Sie sie auf.

11.1e)

Angenommen anfangs $q(x, t = 0) = q_t(x)$, aber $\dot{q}(x, t = 0) = 0$. Schreiben Sie die gesamte Zeitabhängigkeit für $q(x,t)$ auf und zeichnen Sie es für $t = 0$, $t = 1$ und $t = 2$.

11.1f)

Wenn die Zeit es erlaubt, nehmen Sie an, dass $q(x, t = 0) = 0$, aber $\dot{q}(x, t = 0) = \frac{\mathrm{d}q_t(x)}{\mathrm{d}x}$. Was ist $q(x, t)$ jetzt? Zeichnen Sie das Ergebnis bei $t = 0$, $t = 1$ und $t = 2$.