

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Präsenzübung

Prof. Dr. Guy Moore



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 13

Aufgabe 13.1: Licht einer Supernova.

Eine Supernova explodiert 20000 Lichtjahre von der Erde entfernt. Das Licht von der Supernova reist mit Lichtgeschwindigkeit zur Erde.

13.1a)

Wie lange reist das Licht?

13.1b)

Wie viel Eigenzeit nimmt das Licht auf seinem Weg wahr?

13.1c)

Radiowellen werden durch das galaktische Plasma verlangsamt. Das 700 MHz Radiosignal von der Supernova kommt 0,01 Sekunden später als das Licht an, obwohl es sich zur gleichen Zeit auf den Weg macht. Wie viel Eigenzeit nimmt die Radiowelle wahr?

Aufgabe 13.2: Kraft in der speziellen Relativitätstheorie.

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse m , das sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v \vec{e}_x$ in die x -Richtung bewegt, relativ zu Alice, unserem Beobachter. Bob bewegt sich im selben Bezugssystem wie das Teilchen.

Kraft ist in der speziellen Relativitätstheorie auf die selbe Art und Weise definiert, wie in nichtrelativistischer Mechanik: die zeitliche Änderung des Impulses

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \tag{13.2.1}$$

In diesem Problem werden wir die Beziehung zwischen Kraft und Beschleunigung untersuchen, sowie die Beziehung zwischen Kraft und Beschleunigung in verschiedenen Bezugssystemen.

Betrachten Sie als Erstes eine Kraft, die in $+x$ -Richtung wirkt. Es wird am einfachsten sein, von Bobs Standpunkt aus zu arbeiten, der sich mit dem Teilchen bewegt (anfangs). Bob beobachtet, dass die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ gleich $\vec{v} = 0$ ist, und zur Zeit dt ist die Geschwindigkeit $\vec{v} = dv \vec{e}_x$. Hier sind dt und dv sehr kleine (infinitesimale) Veränderungen.

Aus Bobs Perspektive (der, des Teilchens),

13.2a)

Wie groß ist die Beschleunigung?

13.2b)

Wie groß ist der Endwert des Impulses, dp ? Arbeiten Sie zu linearer Ordnung in dv .

13.2c)

Wie groß ist die Kraft? Was ist dp / dv ?

Finden Sie die Lorentztransformationsmatrix, um Zeit und Impuls in Alices Bezugssystem zu transformieren. Aus Alices Perspektive,

13.2d)

Wie groß ist die Endzeit für Alice? Es ist nicht dt !

13.2e)

Wie groß ist die Endgeschwindigkeit? (Benutzen Sie die Addition von Geschwindigkeiten und entwickeln Sie zur linearen Ordnung in dv). Ausgehend von diesen beiden Antworten, wie groß ist die Beschleunigung Alice zufolge?

13.2f)

Wie groß ist der Endimpuls? (Wirken Sie mit der Lorentztransformationsmatrix auf $P^\mu = (E, cp_x, cp_y, cp_z)$ und setzen Sie die richtigen Werte für Bob ein!). Wie groß ist die Kraft, die auf das Teilchen wirkt?

Ihre Antworten auf e) und f) geben die Beziehung zwischen der Beschleunigung und der Kraft, wenn man von Bobs zu Alices Bezugssystem wechselt.

Wir wollen das für eine starke Kraft wiederholen, die in die y -Richtung wirkt. Bob beobachtet, dass die Geschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ gleich $\vec{v} = 0$ ist, und zur Zeit $t = dt$ ist die Geschwindigkeit $\vec{v} = dv \vec{e}_y$. Aus Bobs Perspektive sind die Beschleunigung und die Kraft die selbe wie im ersten teil, aber in die y -Richtung.

13.2g)

Wie groß ist der Endimpuls laut Alice? Verwenden Sie die Lorentztransformationsmatrix. Finden Sie daraus die Kraft, die in Alices Bezugssystem auf das Teilchen wirkt.

Wir haben noch nicht herausgefunden, wie man Geschwindigkeiten addiert, die nicht parallel sind. Um also die Beschleunigung in Alices Bezugssystem zu finden, müssen wir zuerst lernen, wie man Geschwindigkeiten addiert. Um zu sehen, wie man das macht, betrachten Sie ein Teilchen, das sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von $\vec{v} = v\vec{e}_y$ in Bobs Bezugssystem bewegt. Zur Zeit $t = 0$ hat es $x^\mu = (0, 0, 0, 0)$ und zur Zeit $t = dt$ hat es $x^\mu = (c dt, 0, v dt, 0)$. Transformieren Sie das in Alices Bezugssystem und benutzen Sie, dass $\vec{v} = \vec{x}/t$, um die volle Geschwindigkeit zu finden.

13.2h)

Wie groß ist v_y in Alices Bezugssystem? Wie groß ist die Beschleunigung laut Alice?