Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Präsenzübung

Prof. Dr. Guy Moore

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 2

Aufgabe 2.1: Rollend und rollend

Betrachten Sie eine Kugel, die ohne zu rutschen auf einer flachen Platte rollt. Die Kugel hat den Radius R. Es mag äußerst hilfreich sein, Kugeln zu beschaffen, – zum Beispiel Ballons oder Bälle – um diese Übung durchzuführen. Sie wollen womöglich auch auf den Kugeln zeichnen.

Eine Zwangsbedingung ist, dass der Mittelpunkt der Kugel auf einer Höhe R über der Platte bleibt. Das ist eine holonome Zwangsbedingung. Eine andere Zwangsbedingung ist, dass am Kontaktpunkt nichts rutscht. Diese Zwangsbedingung ist nicht holonom – wenn wir "auf einer Kreisbahn herumgehen", kommen wir nicht zur selben Konfiguration zurück, mit der wir Angefangen haben. Das ist es, was wir untersuchen wollen.

2.1a)

Nehmen Sie an, dass die Kugel am Anfang mit dem Südpol die Ebene berührt. Sie rollt einen Abstand a vorwärts in die x-Richtung. Welcher Punkt berührt jetzt und wie weit ist dieser Punkt (auf der Kugel) vom Südpol entfernt?

2.1b)

Wir wählen $a \ll R$. Nach dem Rollen eines Abstands a in die x-Richtung, rollt die Kugel einen Abstand a in die y Richtung, dann $-a$ in die x-Richtung und dann $-a$ in die y-Richtung. Zeigen Sie zur linearen Ordnung in a, dass der Südpol wieder unten ist. (Hinweis: Stellen Sie sich vor eine Karte von der Fläche um den Südpol zu zeichnen. Zeigen Sie, wo der Kontaktpunkt sich auf der Karte bewegt.)

2.1c)

Betrachten Sie jetzt aber $a = \pi R/2$. Nachdem der Ball a in die x-Richtung gerollt ist, was ist der Kontaktpunkt? Als nächstes rollt er eine Strecke a in die y-Richtung. Wo auf der Kugel ist der Kontaktpunkt jetzt? (Beachten Sie, dass die Kugel nicht "wirbelt" oder sich auf der Stelle dreht. Sie rollt nur!) Als nächstes rollt Sie a in die $-x$-Richtung. Wo ist der Kontakt jetzt? Schlussendlich rollt sie zurück a in die $-y$-Richtung und kommt zurück nach dort, von wo aus sie startete. Was ist die Änderung am Kontaktpunkt? Was ist die Änderung an der Orientierung der Kugel?

Aufgabe 2.2: Schaukeln

Wir betrachten eine Person die schaukelt. Die Seile/Kette der Schaukel haben Länge L uns seien starr. Die Person habe die Masse m.

Die Schaukel bewegt sich in der $x - z-$Ebene. Der Koordinatenursprung liegt im Aufhängepunkt der Schaukel und die z-Achse zeigt nach oben. Wir bezeichnen den Auslenkwinkel der Schaukel um die Ruhelage mit θ.

Nehmen Sie zunächst an, dass die Person unten in der Schaukel sitzt, also $\theta = 0$. Zeigen Sie, dass die Normalkraft, die durch die Kette der Schaukel aufgebracht wird gleich der Gewichtskraft ist und dass die Normalkraft nach oben gerichtet ist.

Nehmen Sie nun an, dass die Person schaukelt (vor und zurück). Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $\theta = 0$ aber $\dot{\theta} \neq 0$. Unser Ziel ist es, die Normalkraft zu diesem Zeitpunkt zu berechnen.

Schreiben Sie die Zwangsbedingung für die Koordinaten der Person auf. Sie sollten auf das Ergebnis $\sqrt{x^2 + z^2} - L = 0$ kommen.

Drücken Sie als nächstes x und z durch L und θ aus. Machen Sie eine Kleinwinkelnäherung um $\theta = 0$, d.h. nähern Sie $\cos(\theta) = 1 - \theta^2/2$ und $\sin(\theta) = \theta$. Berechnen Sie die Beschleunigung in $z-$Richtung zum Zeitpunkt $t = 0$ (der Moment zu dem $\theta = 0$, aber $\dot{\theta} \neq 0$). Im Ergebnis sollte $\ddot{z}$ ungleich Null sein.

Welche Normalkraft wirkt durch die Kette ausgehend von der berechneten Beschleunigung und der Graviationskraft? Is die Normalkraft größer oder kleiner als im Falle wenn die Schaukel stillsteht? Können Sie sich das Ergebnis erklären? (Zum Beispiel: Gibt es einen Namen für den Effekt der dafür verantwortlich ist?)