

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Präsenzübung

Prof. Dr. Guy Moore



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 5

Aufgabe 5.1: Rotationen in mehreren Dimensionen

In zwei Dimensionen ist eine Rotation der Koordinaten um einen Winkel $\epsilon \ll 1$ eine Transformation der Koordinaten (x, y) der Form

$$x \rightarrow x - \epsilon y \quad y \rightarrow y + \epsilon x \quad (5.1.1)$$

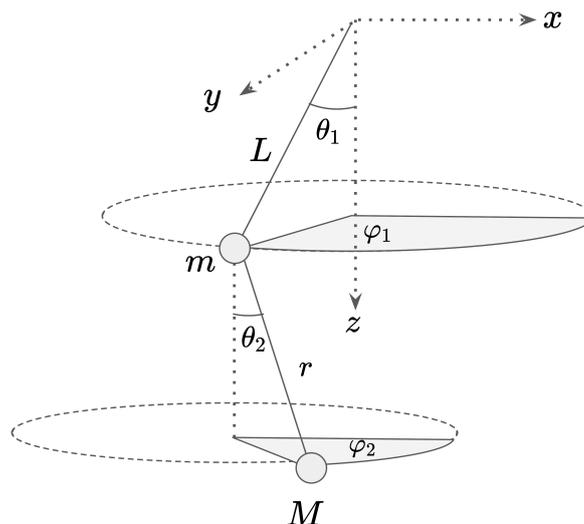
5.1a)

In drei Dimensionen gibt es drei Möglichkeiten für eine Drehung. Schreiben Sie jede auf.

5.1b)

Was ist mit vier Raumdimensionen (x, y, z, w) ? Wie viele unabhängige Möglichkeiten gibt es in vier Raumdimensionen zu rotieren? Wie viele erhaltene "Drehimpulse" würde es geben?

Aufgabe 5.2: Sphärisches Doppelpendel



Betrachten Sie ein sphärisches Pendel der Masse m und Länge L , an dessen Ende ein zweites Pendel mit Masse M und Länge r aufgehängt ist.

5.2a)

Schreiben Sie die Lagrange-Funktion und die Zwangsbedingungen in kartesischen Koordinaten auf: x_1, y_1, z_1 und x_2, y_2, z_2 .

5.2b)

Betrachten Sie nun Kugelkoordinaten um den Aufhängepunkt der ersten Masse und Kugelkoordinaten um die erste Masse für die Position des zweiten Pendels. Zeigen Sie, dass Sie nur 4 Koordinaten benötigen: $\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2$. Wie lautet das Potential und wie lautet die Relation zwischen den ursprünglich 6 Koordinaten und den nun 4 Koordinaten?

5.2c)

Wie wird Rotationssymmetrie um die z -Achse in kartesischen Koordinaten beschrieben? Können Sie zeigen, dass sie die Zwangsbedingungen, die kinetische Energie und die potentielle Energie erhält? Wenn Sie es nicht beweisen können, erklären Sie, dass es so ist.

5.2d)

Ohne Herleitung oder Aufschreiben der Lagrange-Funktion (das ist schwer), erklären Sie, wie Rotationssymmetrie aussehen müsste, ausgedrückt durch die 4 generalisierte Koordinaten. Welche Koordinate ist zyklisch, oder sollten Sie die Koordinaten so umschreiben, dass eine davon zyklisch wird?
