

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Übungsblatt

Prof. Dr. Guy Moore



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 10

Deadline: 24.06. 23 Uhr online

Aufgabe 10.1: Ein Teilchen in einem Zylinder. 7p +3p Bonus

Eine kleine Masse m ruht auf einem Zylinder, der auf seiner Seite liegt. Das heißt, die Bewegung der Masse in der (x, y) Ebene ist eingeschränkt auf $x^2 + y^2 \geq R^2$ mit R dem Radius des Zylinders. Hier ist y die vertikale Richtung. Die Masse startet beinahe in Ruhe oben auf dem Zylinder, $(x, y) = (0, R)$, und gleitet ohne Reibung nach unten. Sie können die Bewegung in die z -Richtung komplett ignorieren.)

10.1a)

(1p) Schreiben Sie das Problem in Zylinderkoordinaten auf. Angenommen die Masse muss auf dem Zylinder bleiben, wie lautet der Lagrangian in der Lagrange II Formulierung?

10.1b)

(1p) Finden Sie die Bewegungsgleichung und die Geschwindigkeit als Funktion des Winkels.

10.1c)

(2p) Schreiben Sie das Problem (immer noch in Zylinderkoordinaten) im Lagrange I Formalismus. Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung für die Winkelkoordinate die selbe ist.

10.1d)

(3p) Berechnen Sie die Normalkraft auf die Masse. Bei welchem Winkel wird die Normalkraft null? An diesem Punkt wird die Masse die Oberfläche des Zylinders verlassen.

10.1e)

(Bonus 3p) Angenommen wir ersetzen die Masse mit einer kleinen Kugel. Der Radius der Kugel r_b ist viel kleiner als R . Aber die Kugel rollt ohne zu rutschen, was bedeutet, dass sie sich dreht, während sie nach unten rollt. Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Kugel und berechnen Sie erneut die Lagrange-Funktion unter Berücksichtigung der kinetischen Energie, die mit der Rotation der Kugel assoziiert ist. Bei welchem Winkel verlässt die Kugel die Oberfläche – ist es der selbe, höher, oder niedriger als der für die Masse, die ohne Reibung gleitet?

Aufgabe 10.2: Eine Schaukel. 3p + 3p Bonus

Ein Mädchen schaukelt auf einer sehr langen Schaukel, mit Seilen der Länge L . Die Masse des Mädchens ist M und sie hat ein vernachlässigbares Trägheitsmoment. Die Stärke der Schwerkraft ist g .

10.2a)

(3p) Schreiben Sie den Lagrangian für dieses System im Lagrange I Formalismus, indem Sie den Winkel θ und die Länge des Seils r als Koordinaten verwenden. Wenn das Mädchen mit einem maximalen Winkel θ_0 vor und zurück schaukelt, berechnen Sie die Normalkraft (Spannung) in den Seilen als Funktion des Winkels θ .

10.2b)

(Extra 3p) Meistens schaukelt man höher, indem man sich vor und zurück lehnt. Aber das Mädchen hat einen anderen Weg. Sie steht auf der Schaukel auf. Am Hochpunkt jedes Schwingens setzt sie sich in die Hocke und am Tiefpunkt steht sie auf. Das verändert effektiv die Länge des Seils um ΔL (wie weit sich ihr Schwerpunkt ändert). Erinnern Sie sich, dass Arbeit $W = F\Delta L$ ist. Wie viel mehr Arbeit leistet Sie, wenn Sie aufsteht, als sie absorbiert, wenn sie sich in die Hocke setzt. Um wie viel nimmt der Winkel zu, jedes mal wenn sie das tut? Sie können $\Delta L \ll L$ nähern.