

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Übungsblatt

Prof. Dr. Guy Moore



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 13

Deadline: 15.07. 23 Uhr online

Aufgabe 13.1: Rakete. 3p.

Wir wollen ein Raumschiff mit einem Astronauten zu einem entfernten Stern schicken. Das Raumschiff, der Astronaut und alle Vorräte wiegen 20 Tonnen (20000 kg).

13.1a)

Wenn wir das gesamten jährliche Energieerzeugnis Deutschlands verwenden, $1,3 \times 10^{19}$ Joule, um zur kinetischen Energie des Raketenschiffs beizutragen, welche Geschwindigkeit kann es erreichen?

Nehmen Sie an, dass wir die Energie perfekt effizient in kinetische Energie des Raketenschiffs konvertieren.

Aufgabe 13.2: Ein Elektron im LHC. 8p + extra 6p.

Der LHC hat einen kreisförmigen Ring, der einen Umfang von 27 km hat. Elektronen oder Protonen können in dem Ring kreisen. Die Hauptlimitierung um sie auf einem Kreis am Laufen zu halten ist die Stärke des magnetischen Feldes, das gebraucht wird, um die Zentripetalbeschleunigung zu bewirken. Ein Proton wiegt $1,6726 \times 10^{-27}$ kg. Ich möchte es auf eine Energie von "7 TeV" beschleunigen, was in Alltagseinheiten 1.1215×10^{-6} Joule ist. Das ist die *Gesamtenergie* des Protons während es im Ring kreist.

13.2a) 2p

Was ist der γ -Faktor des Protons? Was ist der Wert von $\beta = v/c$?

13.2b) 3p

Was ist der Impuls, den das Proton trägt?

13.2c) 3p

Was ist die Radialkraft, die ausgeübt werden muss, um das Proton im Ring zu halten? Hinweis: $dp/dt = \omega p$, wobei ω die Kreisfrequenz ist, mit der es im Kreis herumläuft.

Extrapunkte-Fragen:

13.2d) 3p

Was ist die Kraft, die das Proton in seinem eigenen Bezugssystem fühlt?

13.2e) 3p

Nehmen wir an, wir verwenden ein Elektron anstatt eines Protons. Es wird auf die selbe Energie beschleunigt. Zeigen Sie, dass die Antworten auf b) und c) beinahe die selben sind, aber die Antworten auf a) und d) unterscheiden sich sehr. [Die unterschiedliche Antwort auf d) stellt sich als der Grund dafür heraus, dass wir Elektronen im LHC nicht auf die selbe Energie wie Protonen beschleunigen können.]

Aufgabe 13.3: Was ist mit dem Hamiltonian? 5p.

Die Relation zwischen Energie und Impuls ist

$$E^2 = |\vec{p}|^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \text{oder} \quad E = \sqrt{m^2 c^4 + |\vec{p}|^2 c^2} \quad (13.3.1)$$

13.3a) 2p

Entwickeln Sie diese Relation zur vierten Ordnung im Impuls p . Fügen Sie eine potentielle Energie $V(x)$ hinzu und verwenden Sie das, um einen Hamiltonian aufzuschreiben, der die ersten relativistischen Korrekturen zum üblichen Hamiltonian beinhaltet. Ihr Ergebnis sollte von der Form

$$H = mc^2 + \frac{|\vec{p}|^2}{2m} + A \left(|\vec{p}|^4 \right) + V(\vec{x}) \quad (13.3.2)$$

sein, mit einem Koeffizienten A , den Sie berechnen werden.

13.3b) 3p

Leiten Sie die hamiltonschen Gleichungen aus diesem Hamiltonian her.