

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Übungsblatt

Prof. Dr. Guy Moore



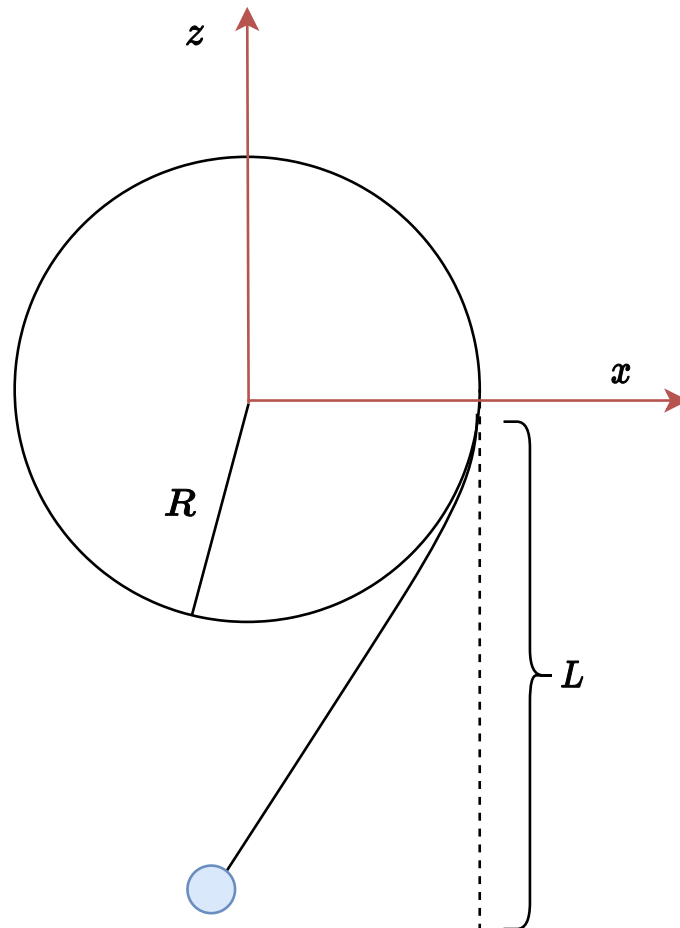
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 2

Deadline: 28.04. in Vorlesung oder 29.04. 23 Uhr online

Aufgabe 2.1: Ein kompliziertes Pendel

Betrachten Sie ein Pendel. Die Masse des Pendels M bewegt sich in der (x, z) -Ebene, aber statt dass die Schnur an einem Punkt hängt, ist sie um einen Dübel (einen Zylinder) mit Radius R gewickelt. Wenn das Pendel gerade nach unten hängt, hat die Schnur die Länge L (also ist die Masse bei $(x, z) = (R, -L)$). Wenn das Pendel vor und zurück schwingt, wickelt sich die Schnur um den Dübel auf und ab, was sie kürzer oder länger macht.



2.1a) 5p

Schreiben Sie die Zwangsbedingung in kartesischen Koordinaten. Versuchen Sie dann eine Menge generalisierter Koordinaten zu finden, für die die Zwangsbedingung eine einfachere Form annimmt.

2.1b) 2p

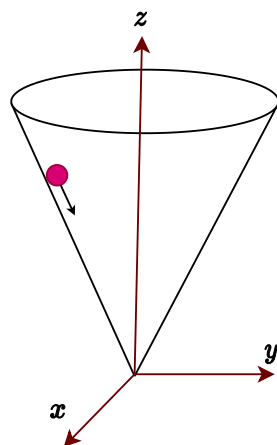
Ist die Zwangsbedingung holonom oder anholonom? Falls sie holonom ist, ist sie skleronom oder rheonom?

Aufgabe 2.2: Ein Teilchen in einem Kegel

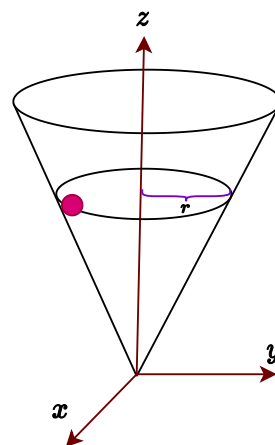
Betrachten Sie eine kleine Masse m , die ohne Reibung an der Innenseite eines Kegels entlang rutscht. Die Spitze des Kegels ist am Ursprung und die Höhe des Kegels ist gegeben durch $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Die Masse fühlt die Schwerkraft mit $V = mgz$, sowie eine Normalkraft aufgrund des Kegels.

2.2a) 5p

Betrachten Sie als erstes eine Trajektorie, auf der die Masse auf der Seite des Kegels gerade nach unten in Richtung Spitze rutscht (siehe Abbildung 1a). Wie lautet die Trajektorie? Wie stark ist die Normalkraft?



(a) Masse auf der Seite des Kegels gerade nach unten.



(b) Masse folgt einer Kreisbahn.

2.2b) 5p

Betrachten Sie als nächstes die Trajektorie, auf der die Masse einem Kreis mit Radius r folgt (siehe Abbildung 1b). Die Geschwindigkeit des Objekts ist gerade groß genug, um es auf der Kreisbahn zu halten. Wie groß ist Geschwindigkeit und wie stark ist die Normalkraft? Ist die Normalkraft schwächer, gleich stark, oder stärker als die Schwerkraft? Wie verhält sie sich im Vergleich zur Stärke in Teil A?

Aufgabe 2.3: Rollende Kugel. 6p

Betrachten Sie eine Kugel der Masse M mit Radius R , deren Oberfläche mit einem komplizierten Muster bemalt ist, sodass wir verschiedene Punkte auf der Oberfläche der Kugel unterscheiden können.

2.3a) 1p

Wie viele generalisierten Koordinaten sind nötig um die Bewegung der Kugel zu beschreiben, wenn sie sich frei im Raum bewegt?

2.3b) 2p

Wir nehmen an, dass die Kugel auf einer ebenen Oberfläche ruht und dass diese Oberfläche perfekt glitschig (reibungsfrei) ist. Die Kugel kann in jede Richtung gleiten und rotieren ohne dass Reibungskräfte auf sie wirken. Wie viele Zwangsbedingungen gelten für die Bewegung der Kugel? Sind diese holonom oder anholonom?

2.3c) 3p

Wir nehmen nun an dass die Kugel sich im inneren des Kegels aus Aufgabe 2.2 bewegt. Die Innenseite des Kegels bestehe aus Gummi, sodass die Kugel rollt ohne zu rutschen. Wie viele Zwangsbedingungen gibt es jetzt?

Wenn die Kugel im Kegel auf einem Kreis mit Radius $r \neq R$ rollt, kommt sie so zurück, dass sie den Kegel mit dem selben Punkt auf der Kugeloberfläche berührt, oder mit einem anderen? Basierend auf Ihrer Antwort: Sind einige der Zwangsbedingungen anholonom? (Das ist ein wahr/falsch- oder Ja/Nein-Problem. Versuchen Sie nicht die Zwangsbedingungen in vollem Detail herauszufinden. Wir haben nicht über die Koordinaten geredet, die zum Beschreiben der Orientierung der Kugel gebraucht werden.)