

Theoretische Physik I: Klassische Mechanik - Übungsblatt

Prof. Dr. Guy Moore



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2022
Übungsblatt 5

Deadline: 20.05. 23 Uhr online

Aufgabe 5.1: Sphärisches Pendel

Betrachten Sie das sphärische Pendel. Eine Masse m hängt an einer nicht dehnbaren Schnur, die durch ein enges Loch beim Koordinatenursprung gefädelt ist. Das erlaubt es einem Affen/Roboter/seltsamen Wissenschaftler die Schnur länger oder kürzer zu ziehen, wie es ihnen gefällt; die Länge der Schnur $L(t)$ ist also eine bekannte, aber eine nicht triviale Funktion der Zeit. Die Schwerkraft wirkt auf das Pendel, weshalb die potentielle Energie $V = gmz$ ist. (z wird negativ sein.)

5.1a) 1p

Schreiben Sie den Lagrangian in Kugelkoordinaten. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.

5.1b) 2p

Ist der Hamiltonian erhalten? Gibt es eine andere Erhaltungsgröße außer dem Hamiltonian, und wenn ja, was ist sie und zu welcher Symmetrie gehört sie?

5.1c) 3p

Rotationssymmetrie hätte drei Erhaltungsgrößen liefern können; den Drehimpuls um jede Achse. Warum finden wir keine drei Erhaltungsgrößen?

Aufgabe 5.2: Das Erde und Mond System

Betrachten Sie die Erde und den Mond, die sich durch den Weltraum bewegen. Ihre Massen sind M_e und M_m und die potentielle Energie ist $V = -GM_e M_m / |\vec{r}_e - \vec{r}_m|$.

5.2a) 1p

Schreiben Sie den Lagrangian für dieses System auf.

5.2b) 7p

Für diesen Lagrangian gibt es sechs Symmetrien: drei Translationssymmetrien und drei Rotationssymmetrien. Schreiben Sie die Transformationsregeln für die Koordinaten \vec{r}_e, \vec{r}_m (in den ursprünglichen kartesischen Koordinaten für dieses System) auf, die mit jeder Symmetrie verbunden sind. Verifizieren Sie, dass der Lagrangian tatsächlich unverändert für jede Transformation ist. Finden Sie den erhaltenen Strom für jede davon mittels des Noether-Theorems.

5.2c) 3p

Angenommen wir verwenden stattdessen die Schwerpunktskoordinate \vec{r}_s und die Relativkoordinate \vec{r}_r . Was sind jetzt die Transformationsregeln für jede Symmetrie und der dazugehörige erhaltene Strom? Vorsicht, wenn Sie Rotationen betrachten.