

Moderne Kernstrukturtheorie: von der QCD zur Nuklidkarte



Robert Roth

Institut für Kernphysik
Technische Universität Darmstadt

■ Motivation

- Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen
- exakte Lösung des Vielteilchenproblems

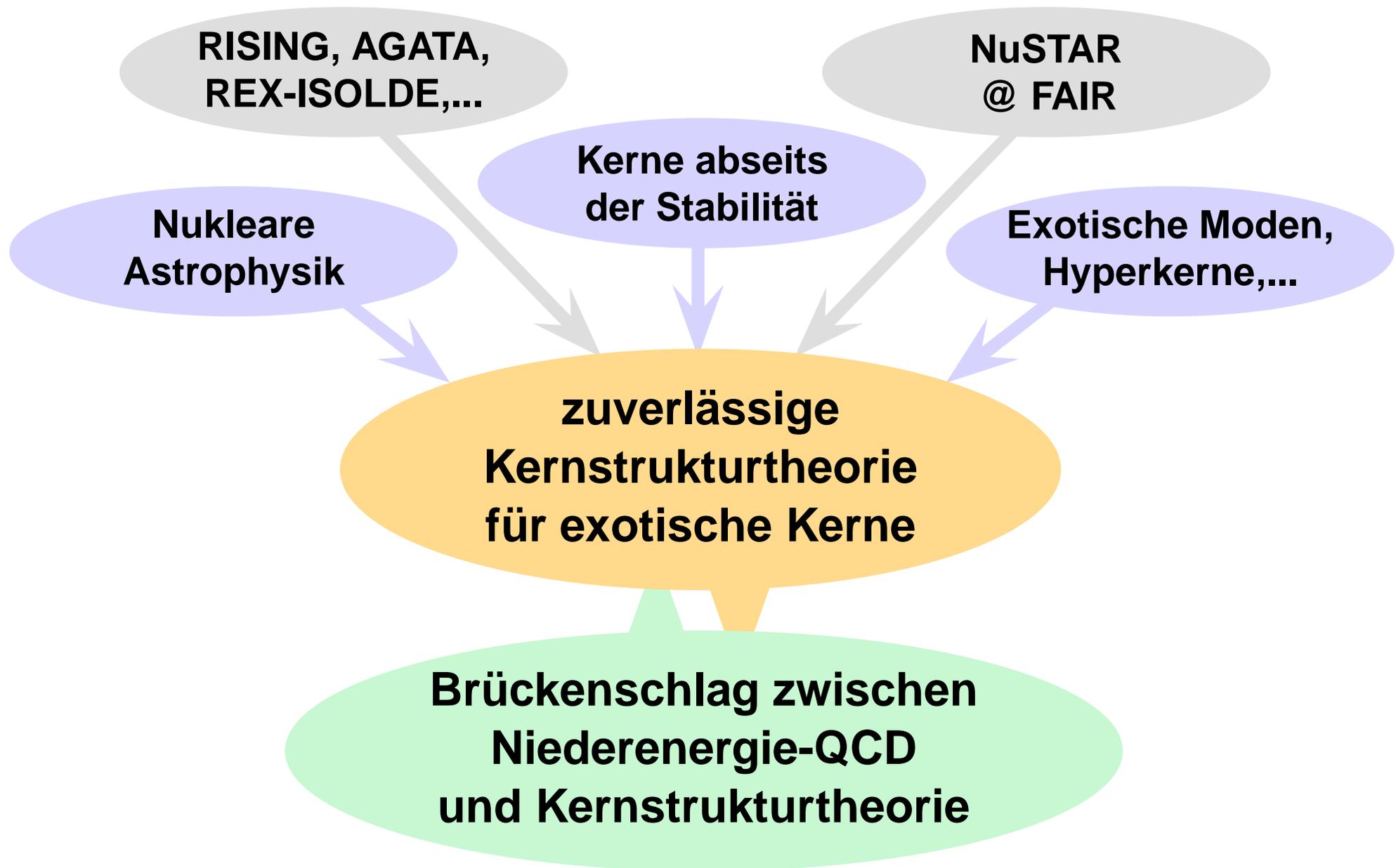
■ Moderne Effektive Wechselwirkungen

- Korrelationen
- Methode der unitären Korrelatoren (UCOM)

■ Anwendungen

- No-Core Schalenmodell
- Hartree-Fock & Random Phase Approximation
- Fermionische Molekulardynamik

Aktuelle Herausforderungen

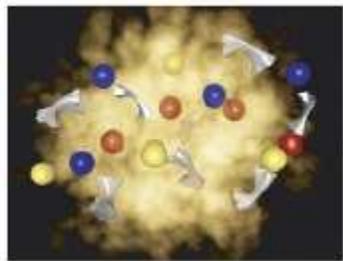
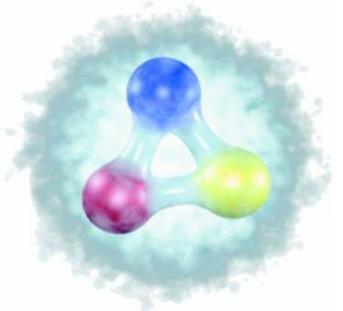
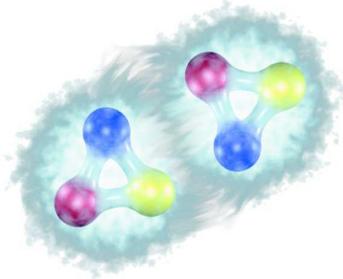
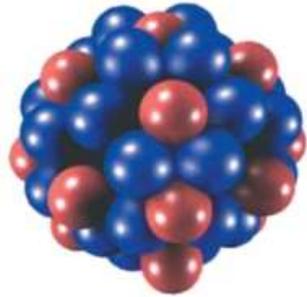


Von der QCD zur Nuklidkarte

bessere Auflösung / höhere Energie

Quantenchromodynamik

Kernstruktur



- endliche Kerne
- Wenig-Nukleonen-Systeme
- Hadronenstruktur
- Quarks & Gluonen
- Deconfinement

Von der QCD zur Nuklidkarte



Realistische Nukleon-Nukleon Potentiale

Realistische NN-Potentiale

■ QCD motiviert

- Symmetrien, Mesonen-Austausch-Bild
- chirale effektive Feldtheorien

■ kurzreichweitige Phänomenologie

- kurzreichw. Parametrisierung / Kontaktterme

■ experimentelle NN-Streudaten

- Streuphasen & Deuteroneigenschaften mit hoher Genauigkeit reproduziert

■ ergänzende Dreiteilchenkraft

- angepaßt an Spektren leichter Kerne

Argonne V18

CD Bonn

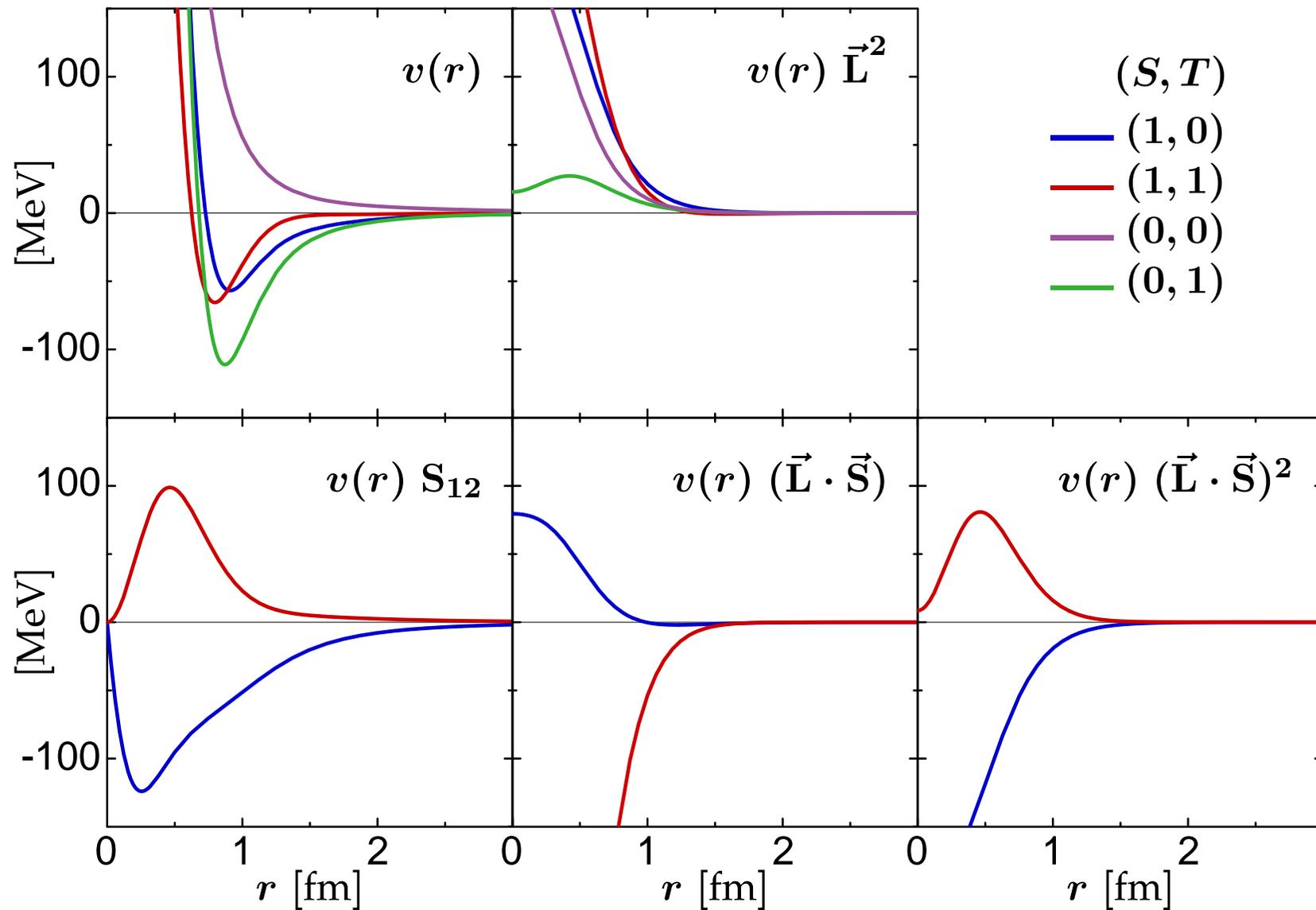
Nijmegen I/II

Chiral N3LO

Argonne V18 +
Illinois 2

Chiral N3LO +
N2LO

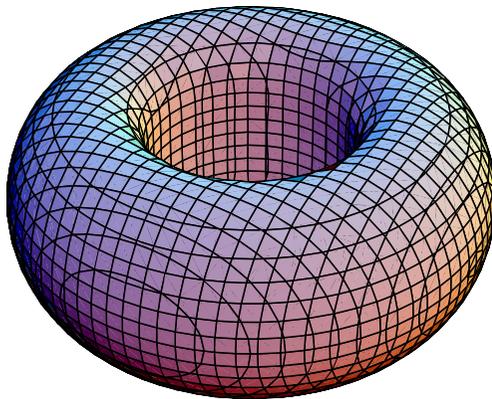
Argonne V18 Potential



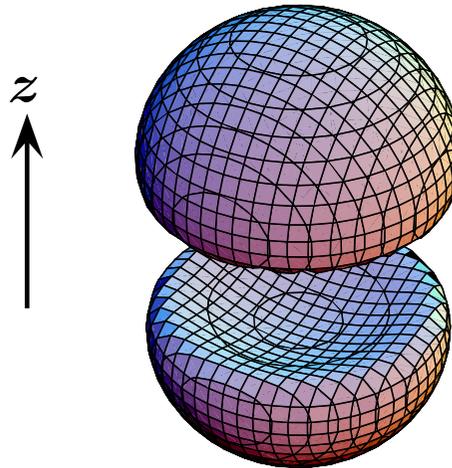
Nukleares Vielteilchenproblem

Deuteron: Manifestation der Korrelationen

$$M_S = 0$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$



$$M_S = \pm 1$$
$$|\uparrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$$



- **exakt Lösung** des Zweiteilchenproblems für AV18 Potential

- spinprojizierte **Zweiteilchendichte** $\rho_{1,M_S}^{(2)}(\vec{r})$

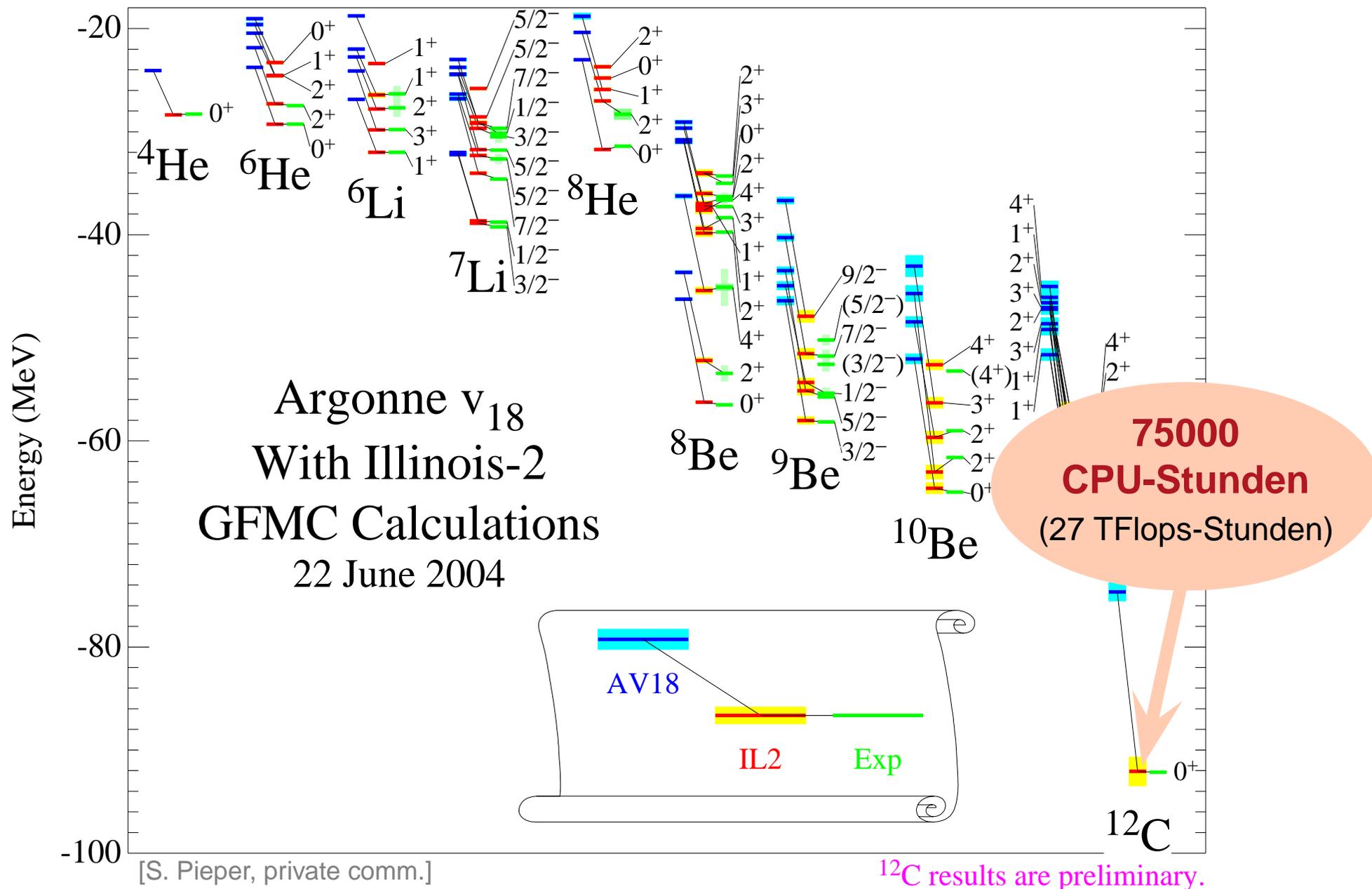
Zweiteilchendichte bei kleinen Teilchenabständen stark unterdrückt

Zentralkorrelationen

starke Winkelabhängigkeit der Dichte in Abhängigkeit von der Spinorientierung

Tensorkorrelationen

Exakte Lösungen jenseits des Deuterons



Kernstruktur jenseits der p -Schale

Realistische NN-Potentiale

- erzeugen starke Korrelationen im Vielteilchenzustand
- kurzreichweitige Zentral- & Tensor Korrelationen sind dominant

Vielteilchenproblem

- angewiesen auf eingeschränkten Modellraum jenseits der p -Schale
- können kurzreichweitige Korrelationen nicht beschreiben
- Extrem: Hartree-Fock basiert auf einzelner Slaterdeterminante

Moderne Effektive Wechselw.

- Anpassung des realistischen Potentials an verfügbaren Modellraum
- Erhaltung der exp. bestimmten Eigenschaften (Streuphasen)

Unitary Correlation Operator Method (UCOM)

Methode der unitären Korrelatoren

Korrelationsoperator

erzeuge kurzreichweitige Korrelationen durch unitäre Transformation bzgl. der Relativkoordinaten aller Teilchenpaare

$$C = \exp[-i G] = \exp\left[-i \sum_{i < j} g_{ij}\right]$$

$$G^\dagger = G \\ C^\dagger C = 1$$

korrel. Zustände

$$|\tilde{\psi}\rangle = C |\psi\rangle$$

korrel. Operatoren

$$\tilde{O} = C^\dagger O C$$

$$\langle \tilde{\psi} | O | \tilde{\psi}' \rangle = \langle \psi | C^\dagger O C | \psi' \rangle = \langle \psi | \tilde{O} | \psi' \rangle$$

Zentral- und Tensorkorrelator

$$C = C_{\Omega} C_r$$

Zentralkorrelator C_r

- radiale abstandsabhängige Verschiebung in der Relativkoordinate zweier Nukleonen

$$g_r = \frac{1}{2} [s(r) q_r + q_r s(r)]$$

$$q_r = \frac{1}{2} \left[\frac{\vec{r}}{r} \cdot \vec{q} + \vec{q} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right]$$

Tensorkorrelator C_{Ω}

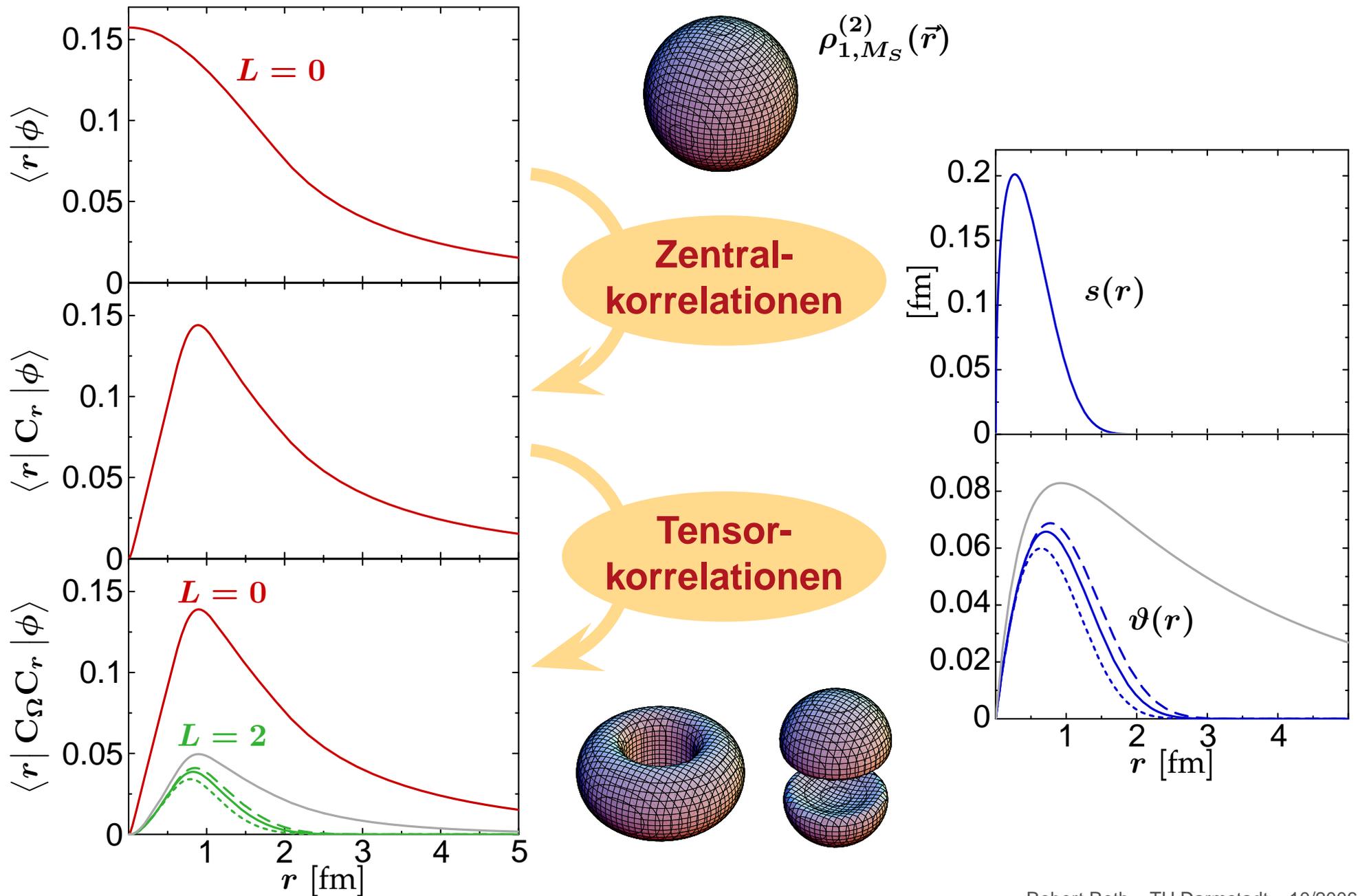
- tangentielle Verschiebung in Abhängigkeit von der relativen Orientierung von Spin und Relativkoordinate

$$g_{\Omega} = \frac{3}{2} \vartheta(r) [(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q}_{\Omega})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r}) + (\vec{r} \leftrightarrow \vec{q}_{\Omega})]$$

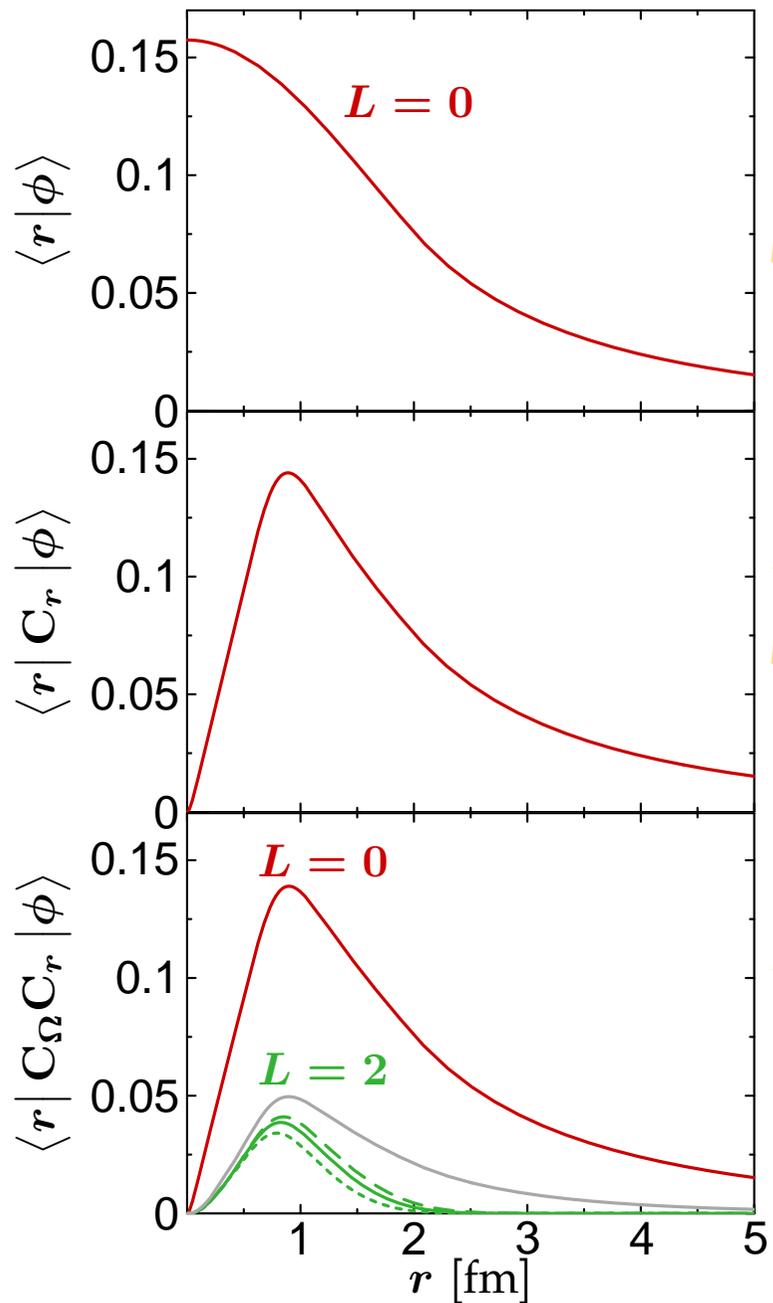
$$\vec{q}_{\Omega} = \vec{q} - \frac{\vec{r}}{r} q_r$$

$s(r)$ und $\vartheta(r)$
für gegebenes Potential im
Zweiteilchensystem bestimmt

Korrelierte Zustände: Das Deuteron



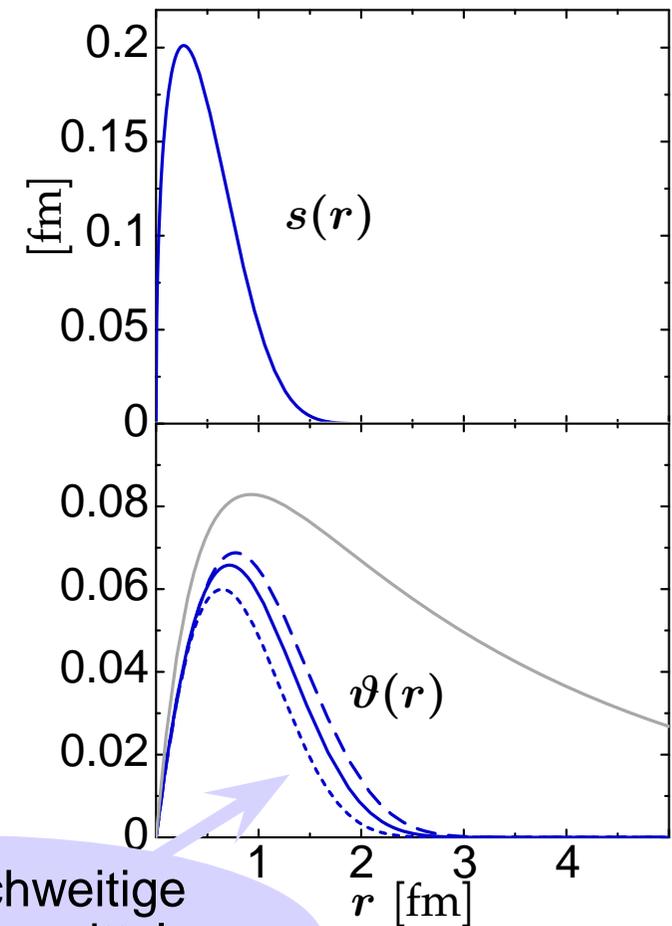
Korrelierte Zustände: Das Deuteron



Zentral-
korrelationen

Tensor-
korrelationen

nur kurzreichweitige
Korrelationen mittels
 C_Ω beschrieben



Korrelierte Wechselwirkung: V_{UCOM}

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{T} + V_{\text{UCOM}} + V_{\text{UCOM}}^{[3]} + \dots$$

- **geschlossene Operatordarstellung** der korrelierten Wechselwirkung V_{UCOM} in Zweiteilchennäherung
- korrelierte Ww. und Ausgangswechselwirkung sind per Konstruktion **streuphasenäquivalent**
- Impulsraummatrixelemente **ähnlich** $V_{\text{low}k}$
- konsistente **korrelierte Operatoren** (Übergangsoperatoren, Besetzungszahlen, etc.) leicht konstruierbar

Anwendung I

No-Core Schalenmodell

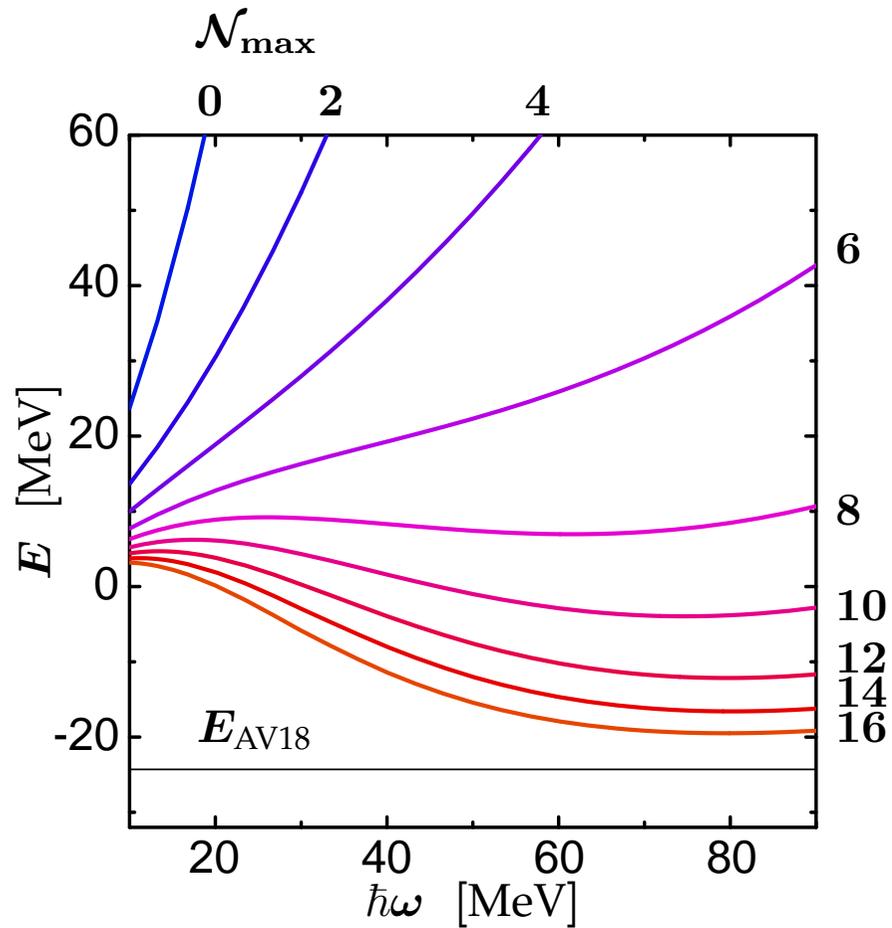
in Zusammenarbeit mit
Petr Navrátil (LLNL)

**No-Core Schalenmodell
+
Matrixelemente der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

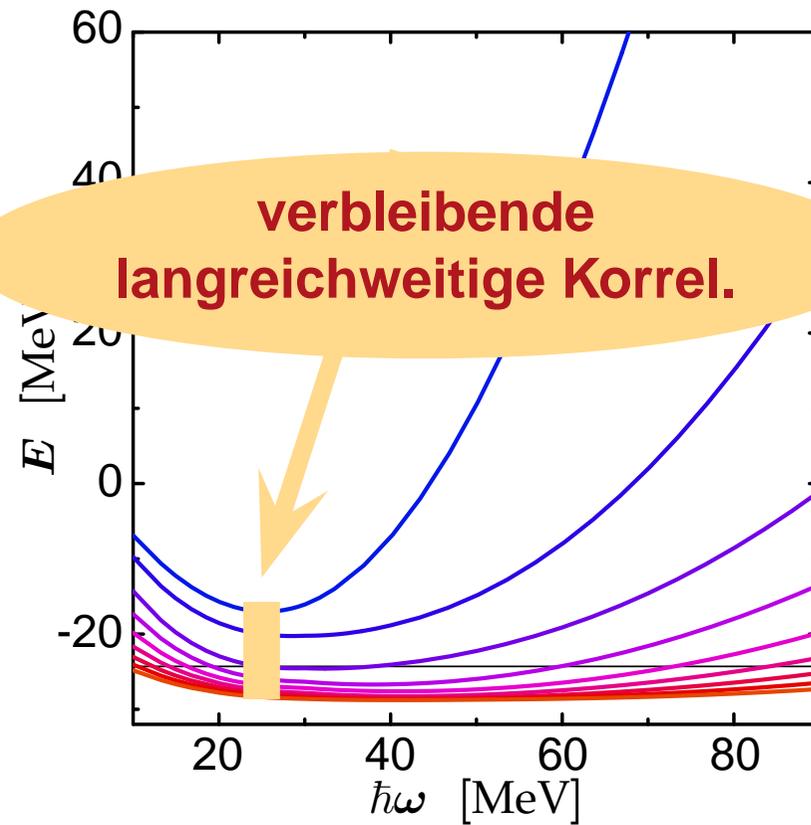
- Vielteilchenzustand ist entwickelt in Slaterdeterminanten von Einteilchenzuständen des harmonischen Oszillators
- großskalige Diagonalisierung des Hamiltonian in einem trunkierten Vielteilchenraum ($\mathcal{N}\hbar\omega$ -Trunkierung)
- Bewertung von kurz- und langreichweitigen Korrelationen

^4He : Konvergenz

V_{AV18}

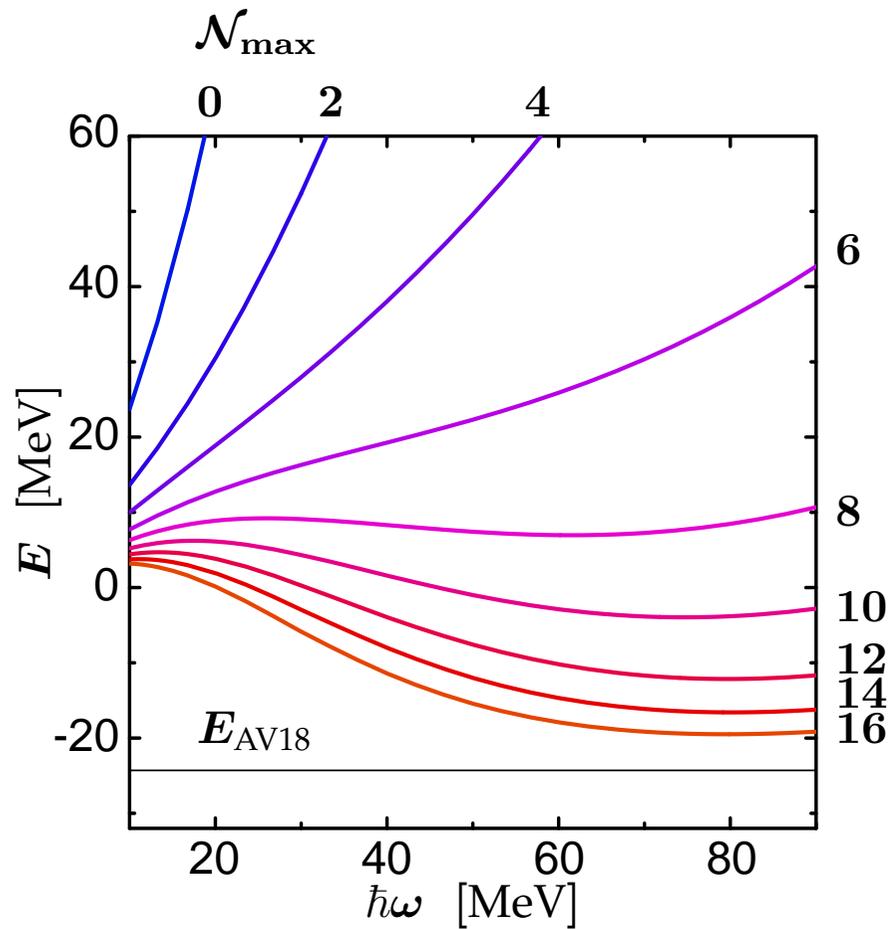


V_{UCOM}

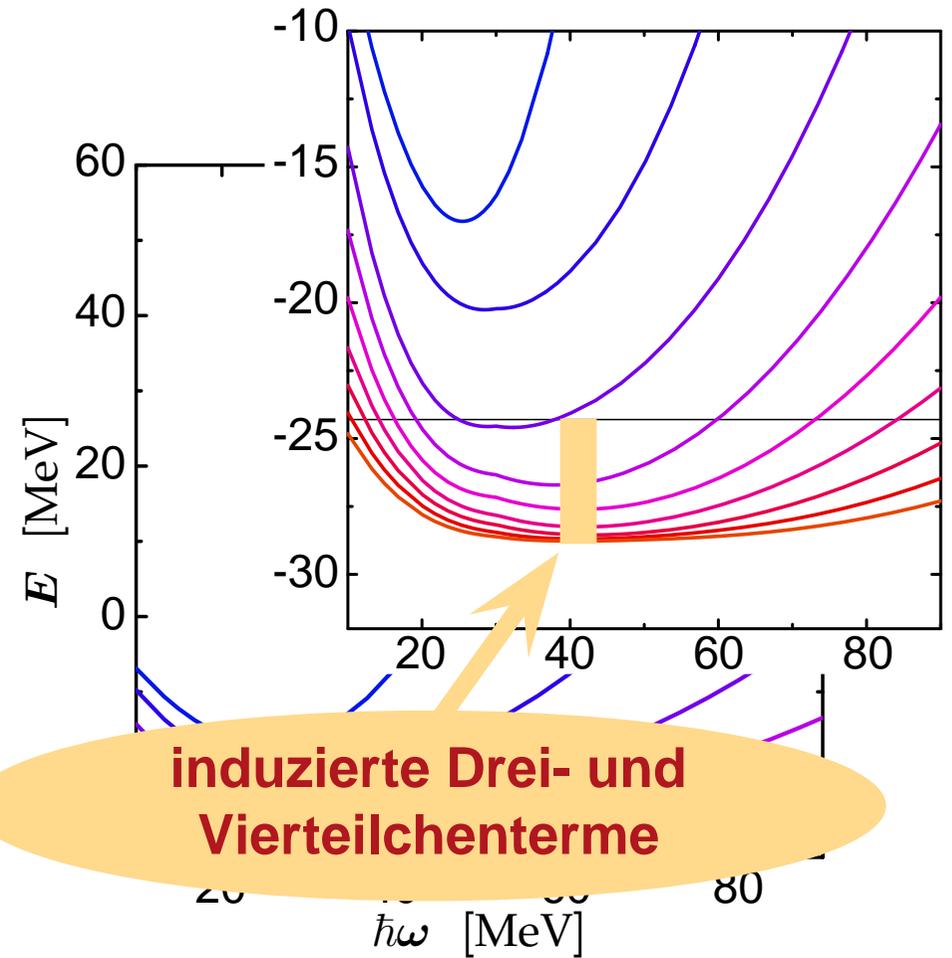


^4He : Konvergenz

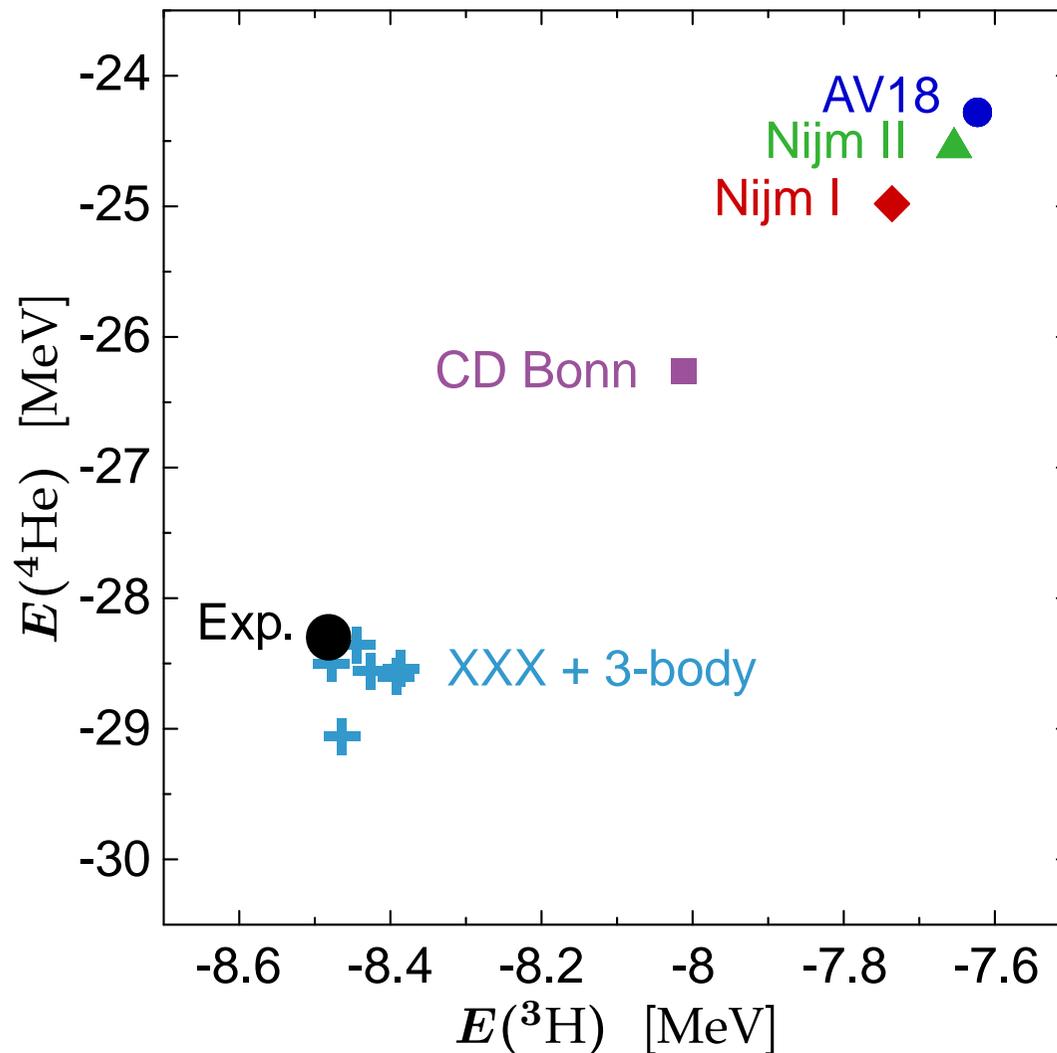
V_{AV18}



V_{UCOM}

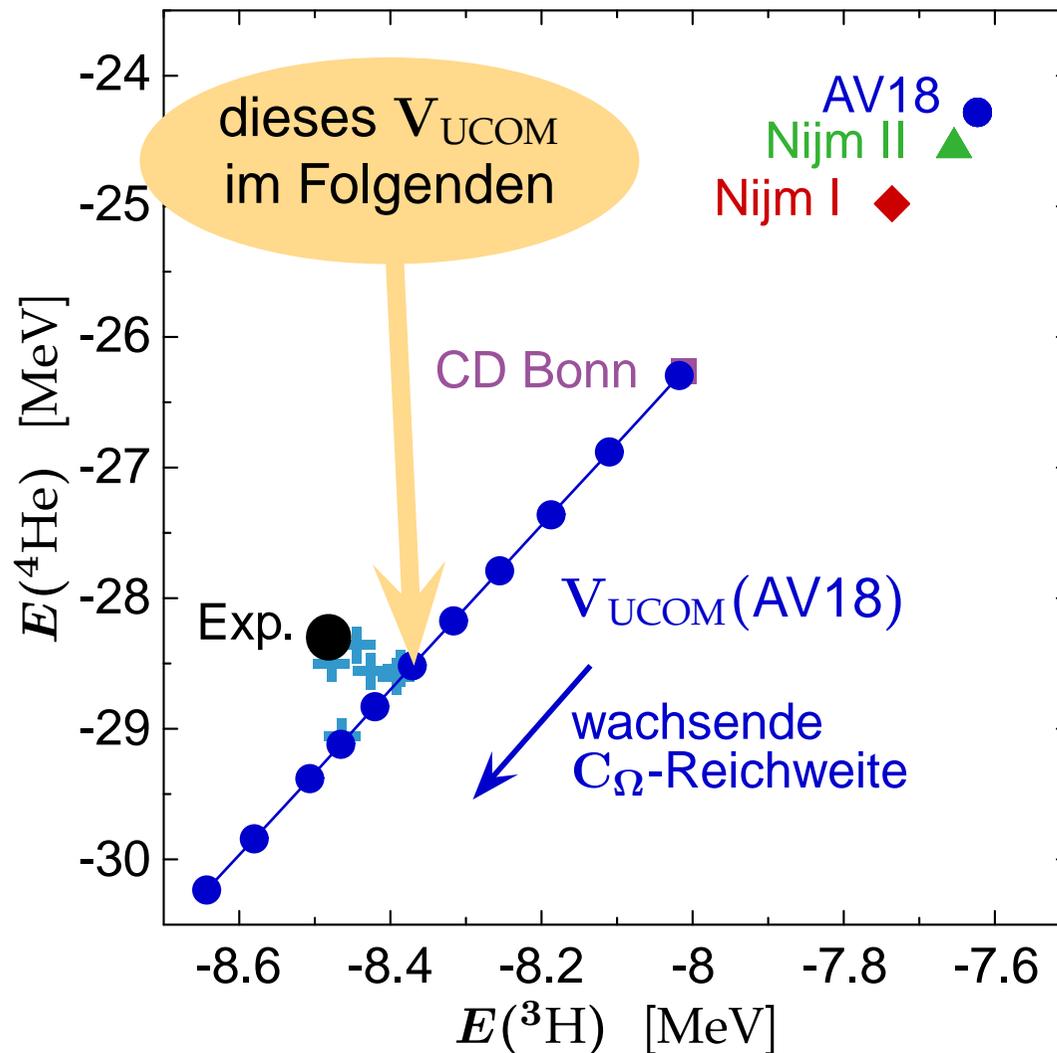


Tjon-Linie und Korrelatorreichweite



- **Tjon-Linie:** $E({}^4\text{He})$ vs. $E({}^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen

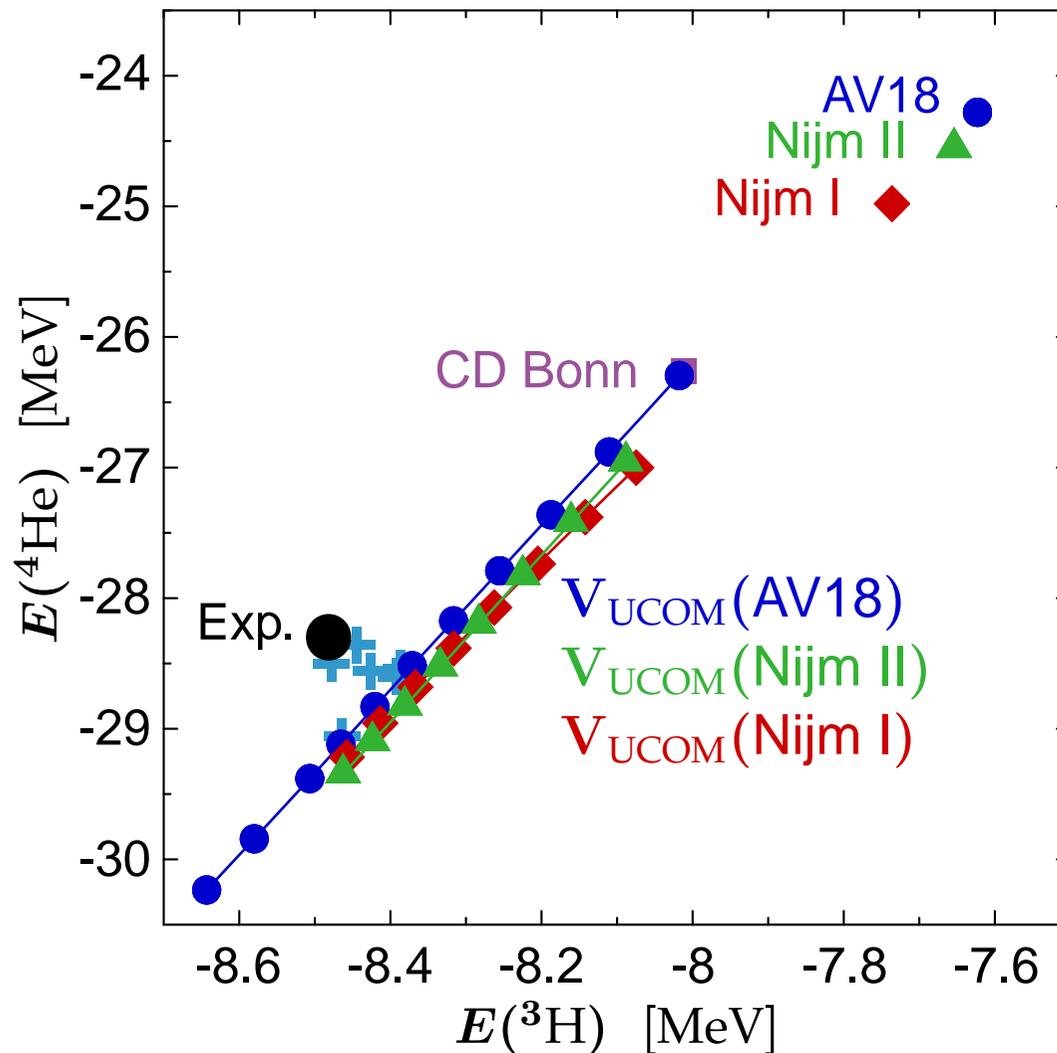
Tjon-Linie und Korrelatorreichweite



- **Tjon-Linie:** $E({}^4\text{He})$ vs. $E({}^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen
- Änderung der C_{Ω} -Reichweite erzeugt Verschiebung entlang der Tjon-Linie

minimiere Netto-Dreiteilchenkraft
durch Wahl eines Korrelators nahe der exp. Energien

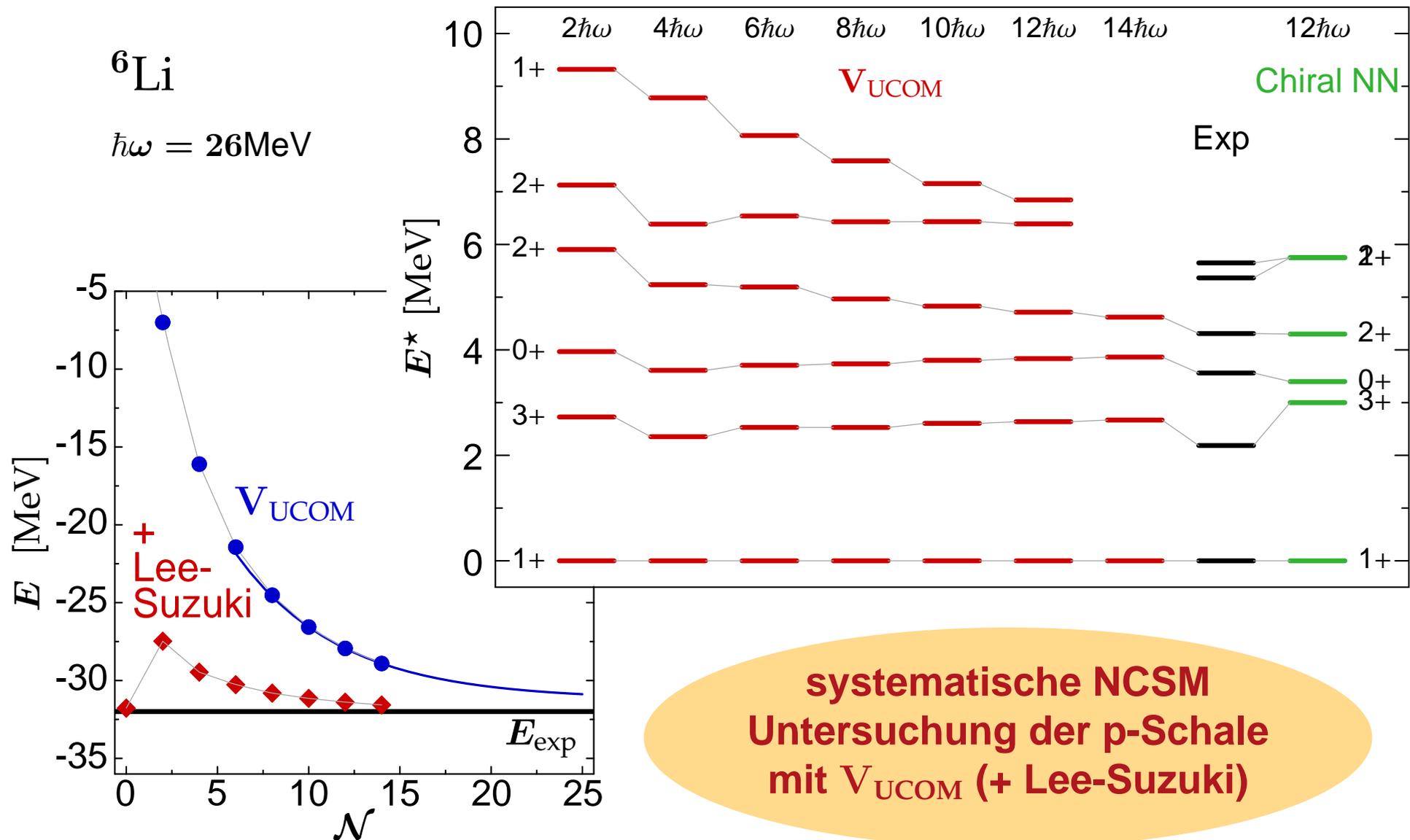
Tjon-Linie und Korrelatorreichweite



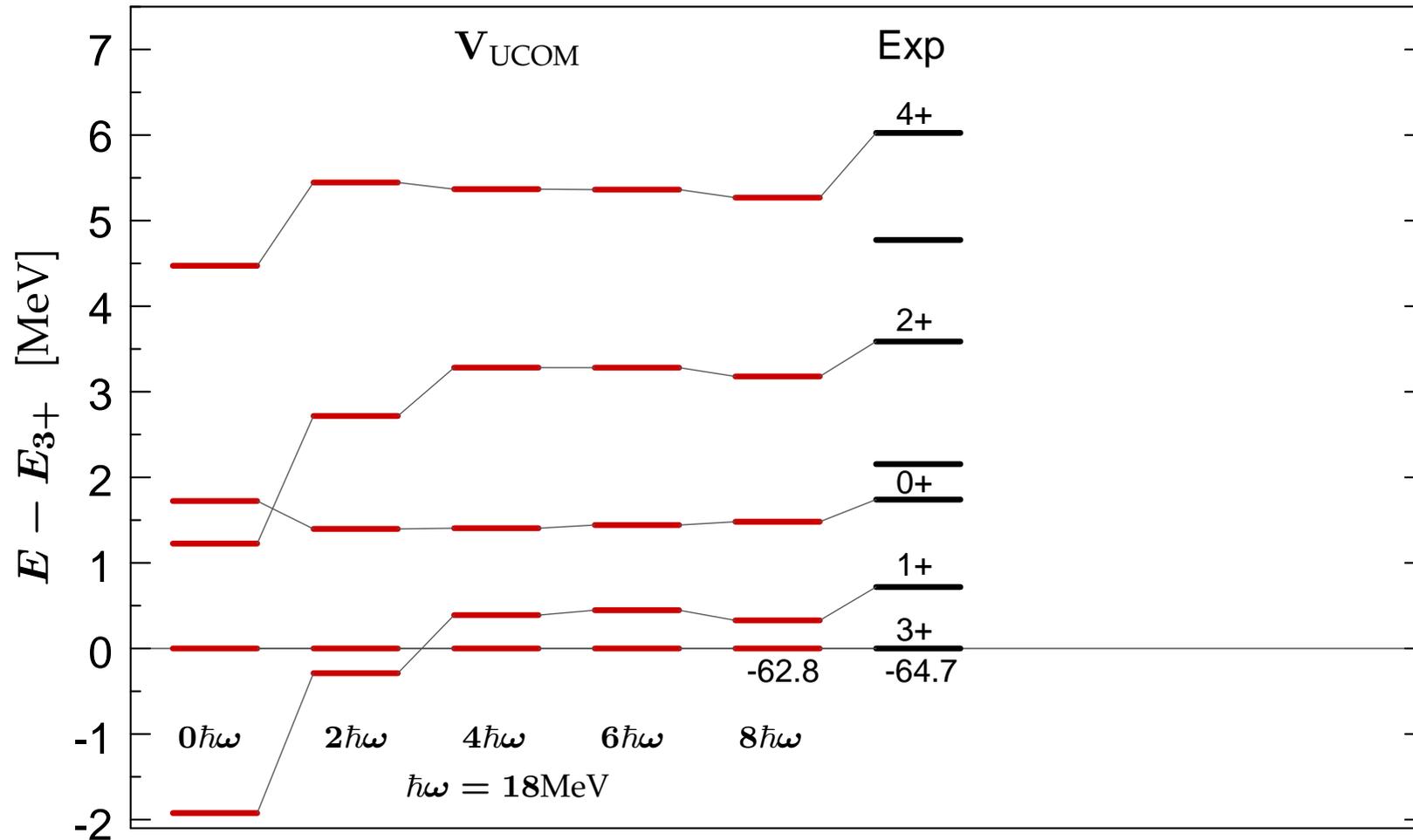
- **Tjon-Linie:** $E({}^4\text{He})$ vs. $E({}^3\text{H})$ für streuphasenäquivalente NN-Wechselwirkungen
- Änderung der C_Ω -Reichweite erzeugt Verschiebung entlang der Tjon-Linie

minimiere Netto-Dreiteilchenkraft
durch Wahl eines Korrelators nahe der exp. Energien

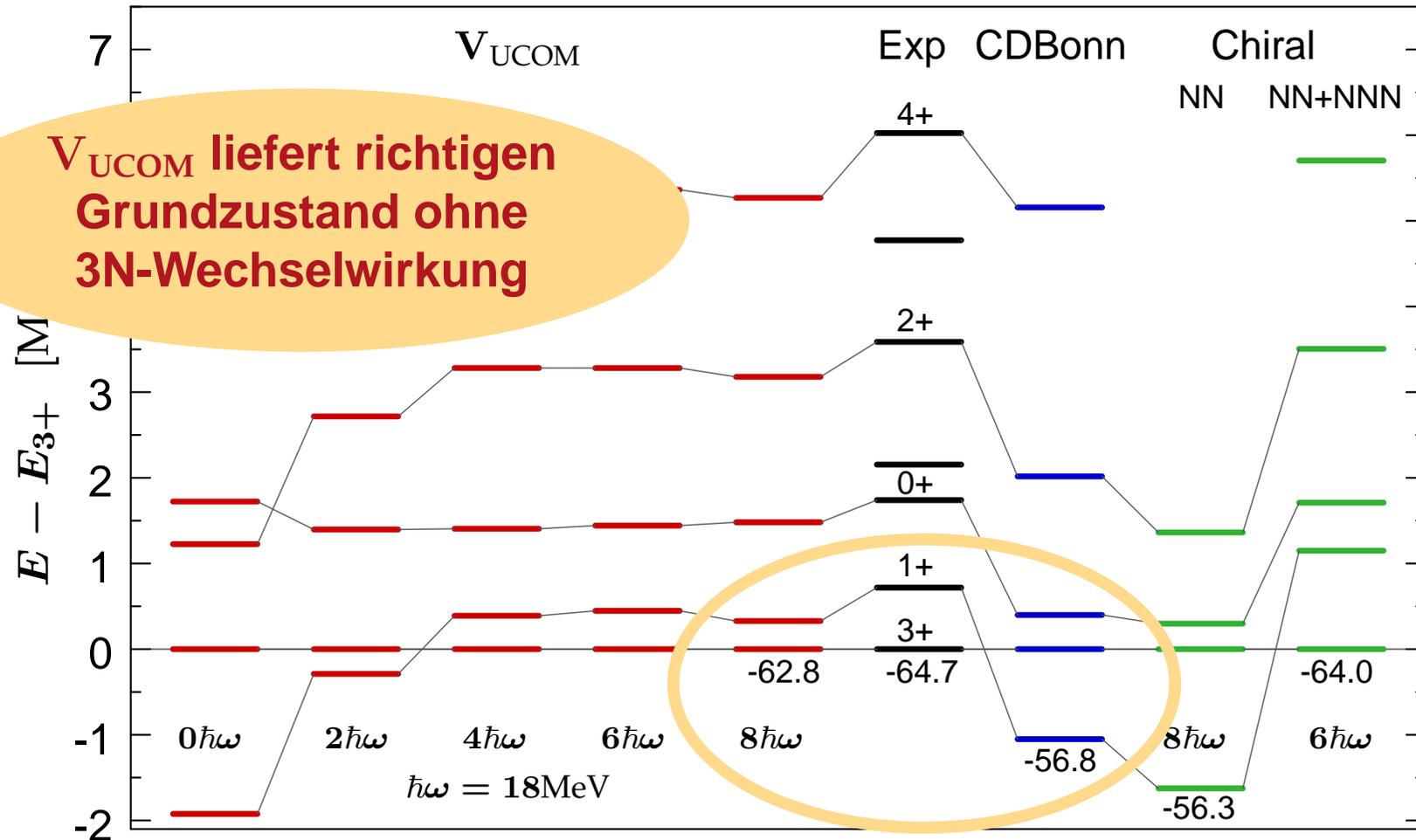
${}^6\text{Li}$: NCSM für p-Schalenkerne



^{10}B : Signatur einer Dreiteilchenkraft?



^{10}B : Signatur einer Dreiteilchenkraft?



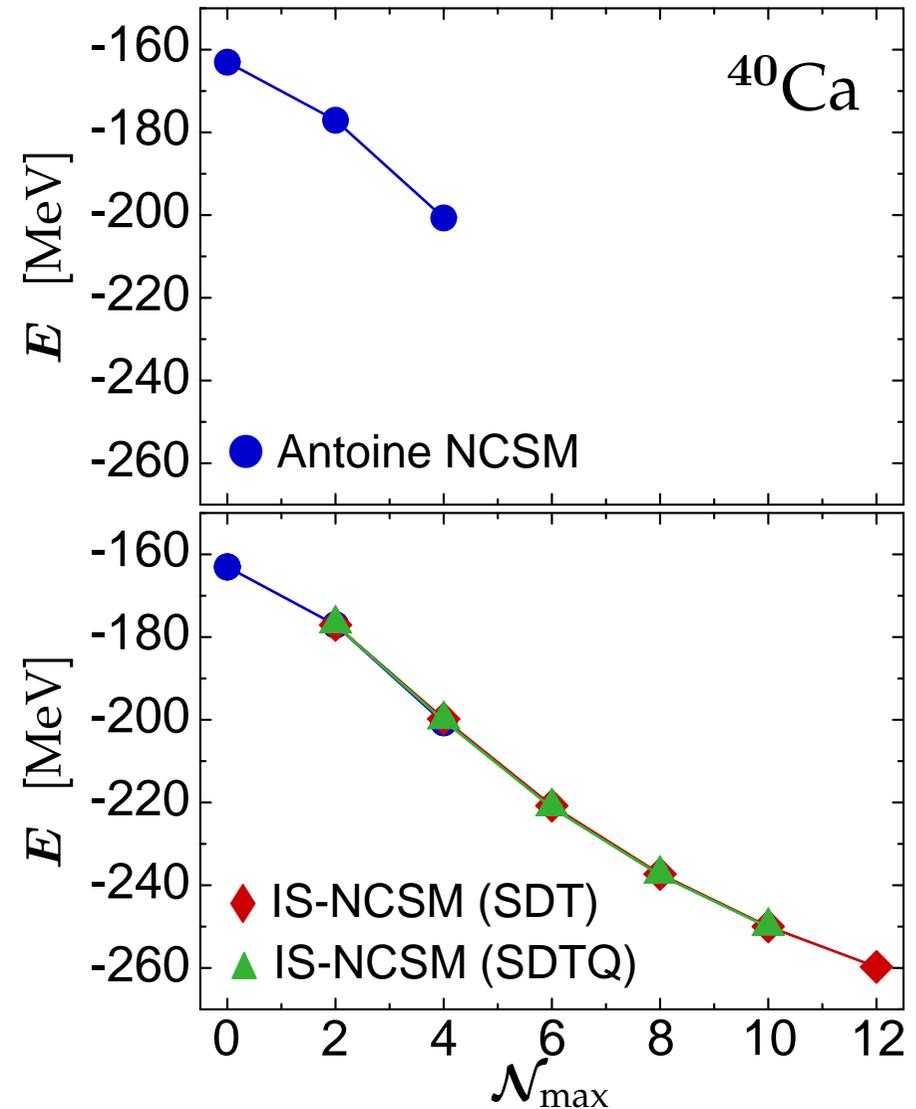
Ausblick: NCSM jenseits der p-Schale

NCSM

- konvergente Rechnungen auf p-Schalenkerne beschränkt
- $6\hbar\omega$ -Rechnung für ^{40}Ca derzeit nicht machbar ($\sim 10^{10}$ Zustände)

Importance Sampling NCSM

- Diagonalisierung im Raum der **relevanten** Vielteilchenkonfigurationen
- **a priori Maß für Relevanz** durch Störungstheorie gegeben



$V_{\text{UCOM}}, \hbar\omega = 14 \text{ MeV}$

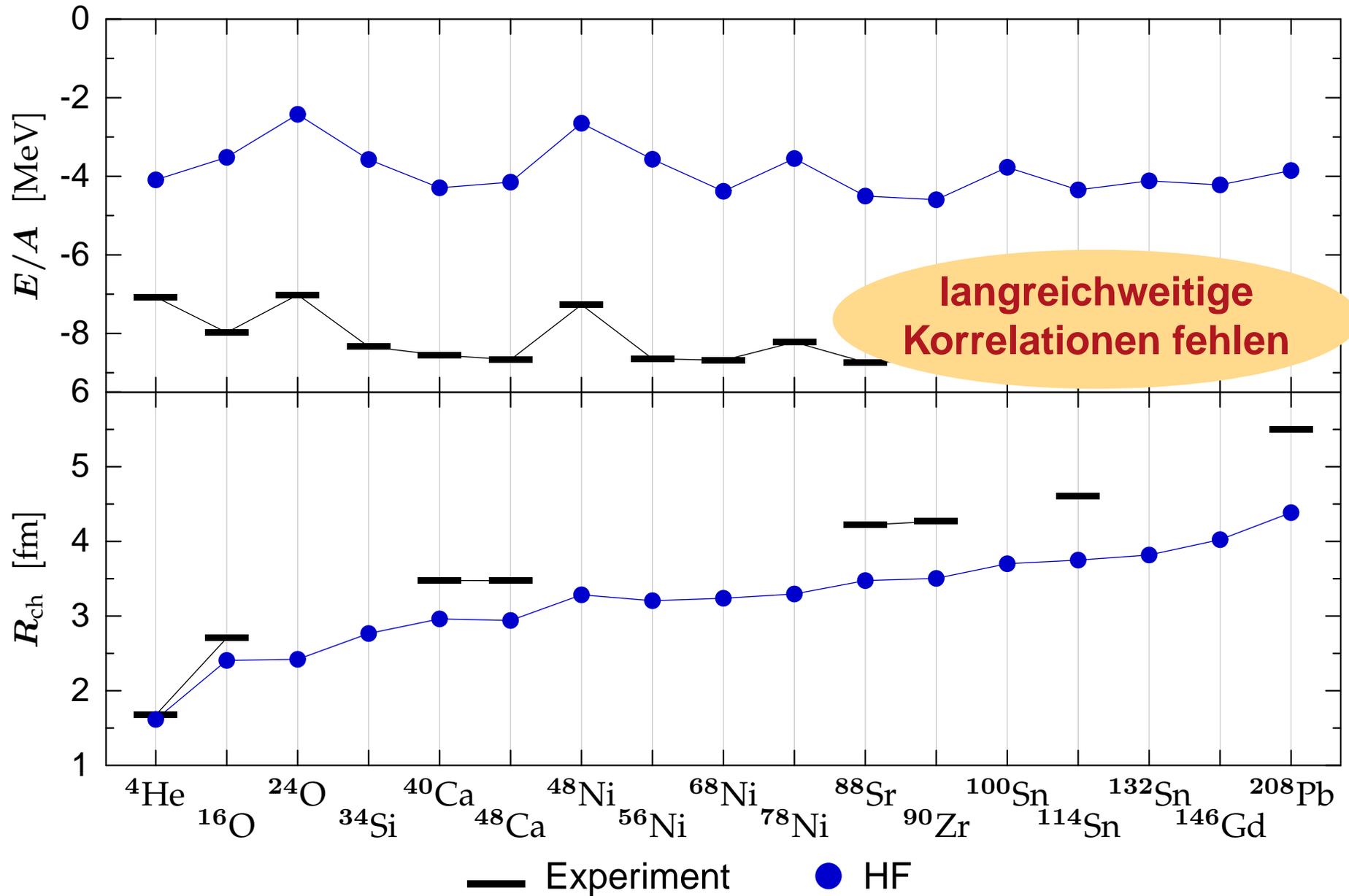
Anwendung II:

Hartree-Fock

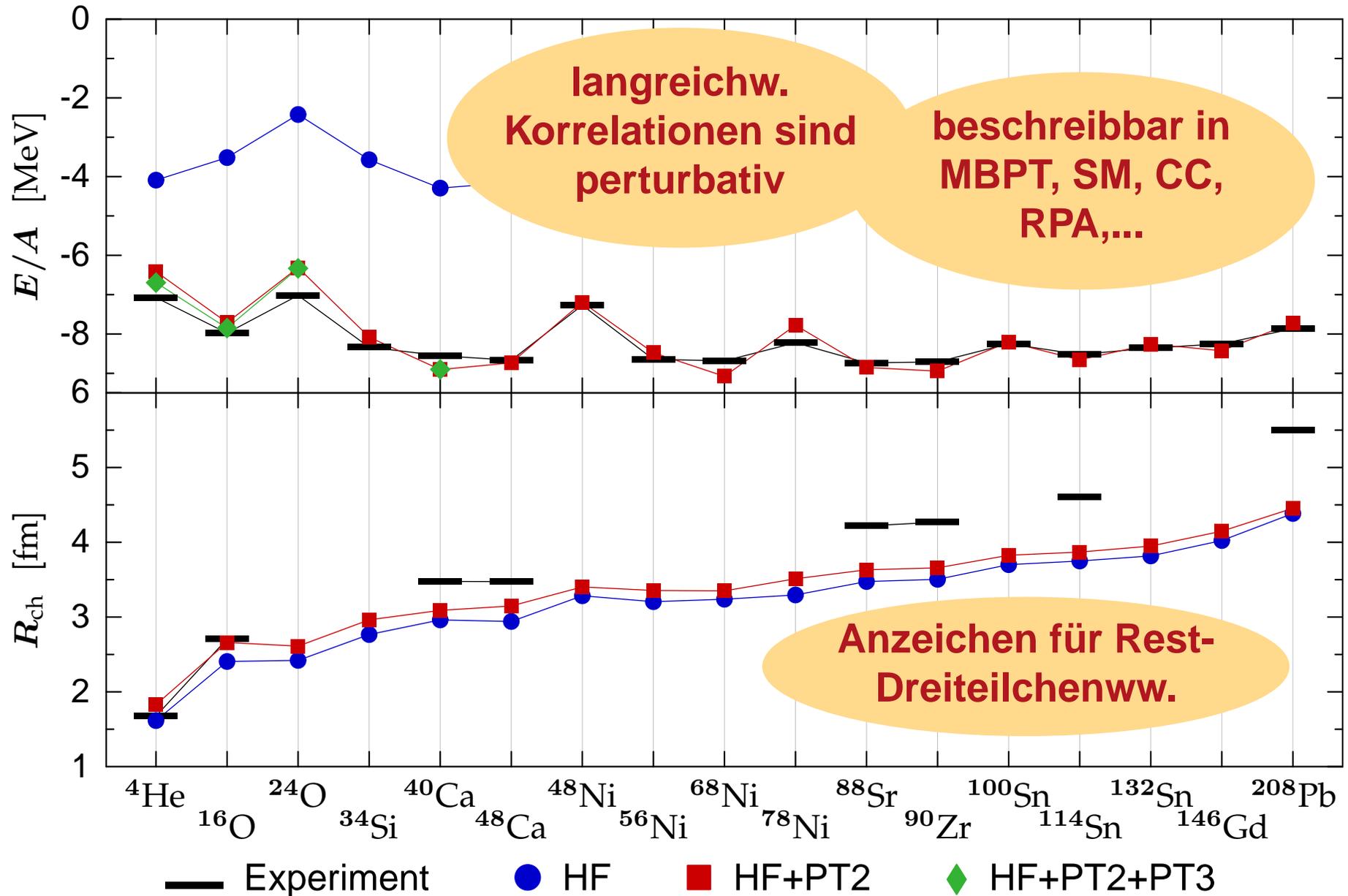
**Standard Hartree-Fock
+
Matrixelemente der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

- Vielteilchenzustand ist **einzelne Slaterdeterminante** von Einzelteilchenzuständen dargestellt in Oszillatorbasis
- HF-Zustände können **keinerlei Korrelationen** beschreiben
- Ausgangspunkt für **verbesserte Vielteilchenrechnungen**: MBPT, RPA, SM/CI, CC,...

Hartree-Fock mit V_{UCOM}



Störungstheorie mit V_{UCOM}



Anwendung III

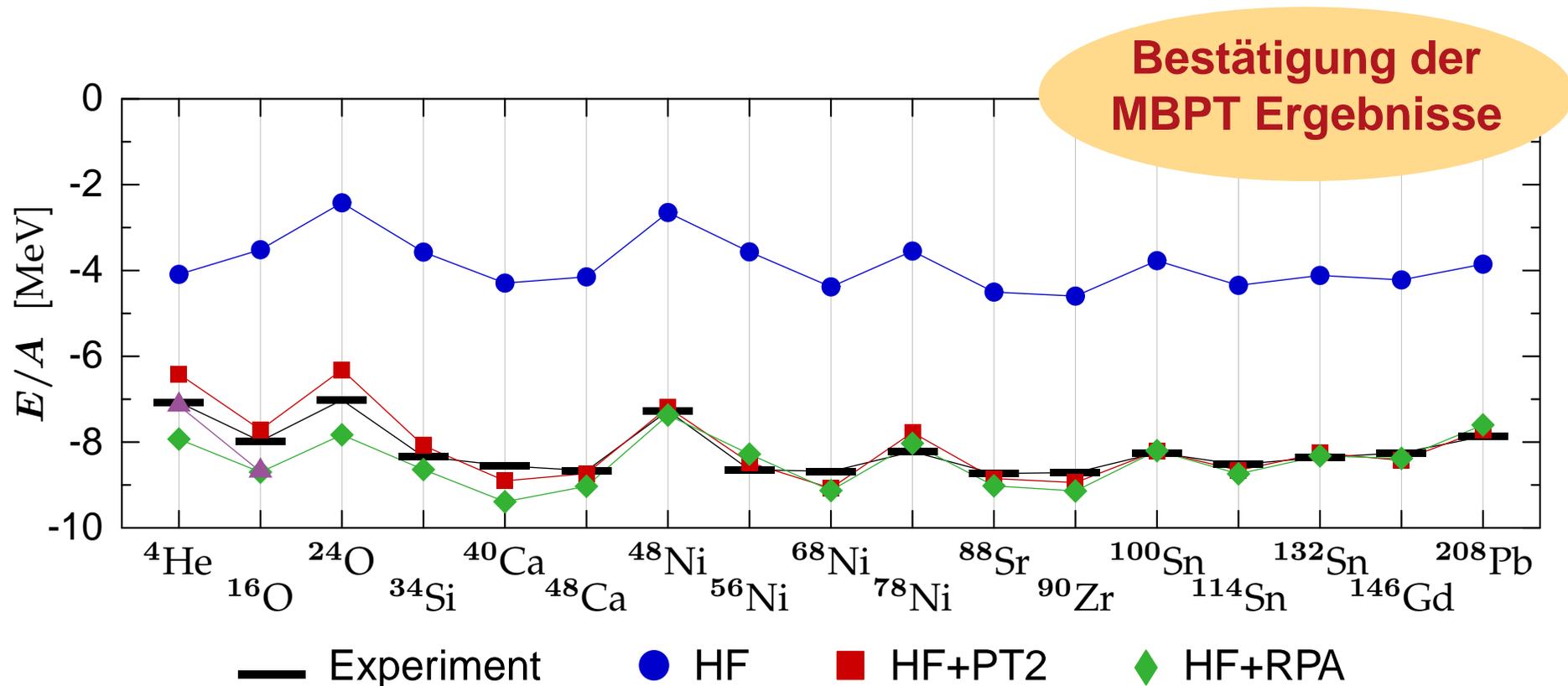
Random Phase Approximation

RPA, ERPA & SRPA
+
**Matrixelemente der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

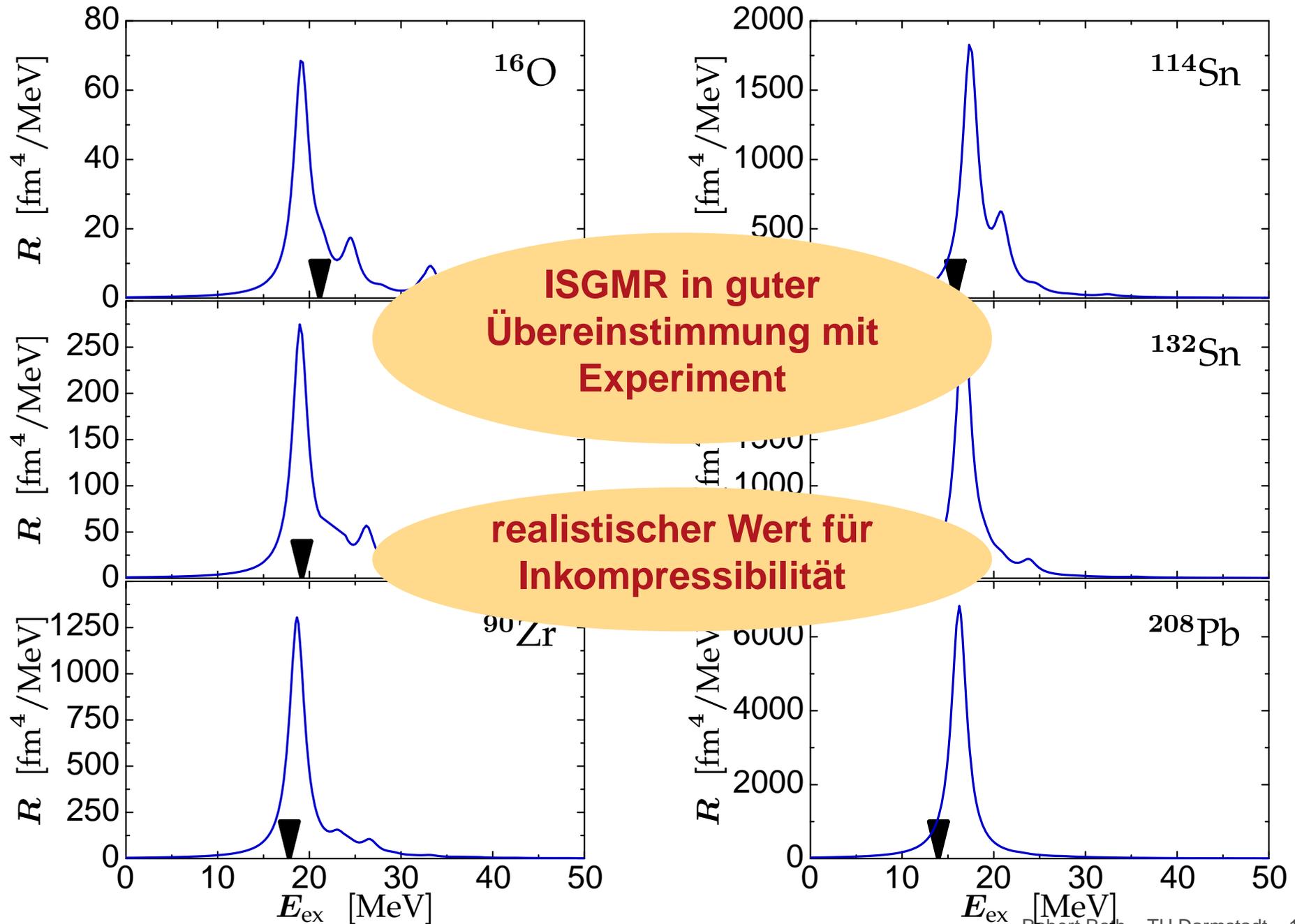
- **voll selbst-konsistente RPA** ausgehend von der Hartree-Fock-Lösung für die gleiche korrelierte Wechselwirkung V_{UCOM}
- Summenregeln mit großer Genauigkeit erfüllt; spuriose Schwerpunktsmode vollständig entkoppelt bei ~ 10 keV
- **Extended-RPA und Second-RPA** zur Einbeziehung von Grundzustandskorrelationen und komplexen Konfigurationen

RPA Grundzustandskorrelationen

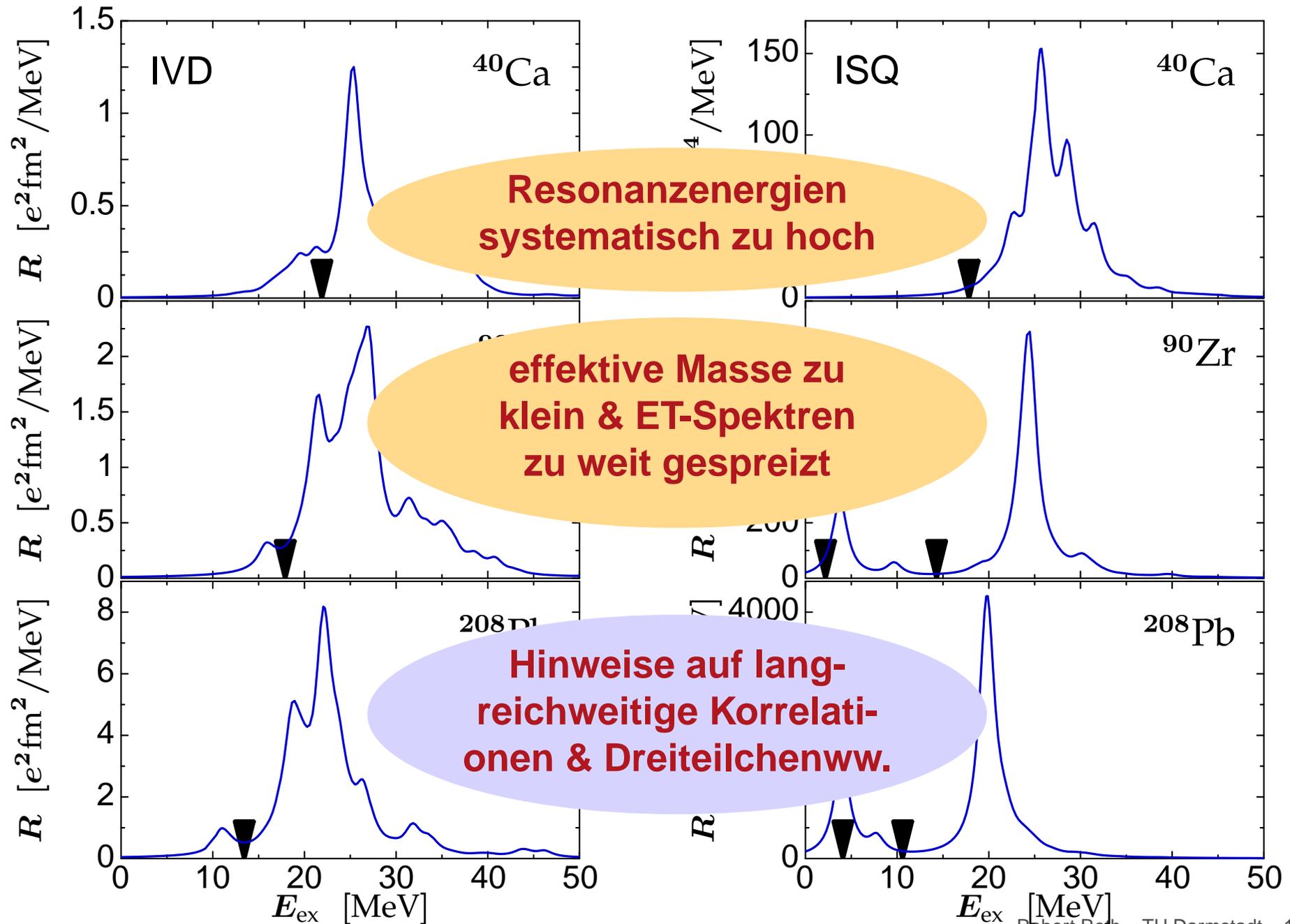
- Berechnung der Korrelationsenergie jenseits von Hartree-Fock mittels **RPA-Ringsumme**
- Einbeziehung aller Multipolaritäten, Paritäten und Ladungsaustausch, sowie Korrektur der zweiten Ordnung (double-counting) nötig



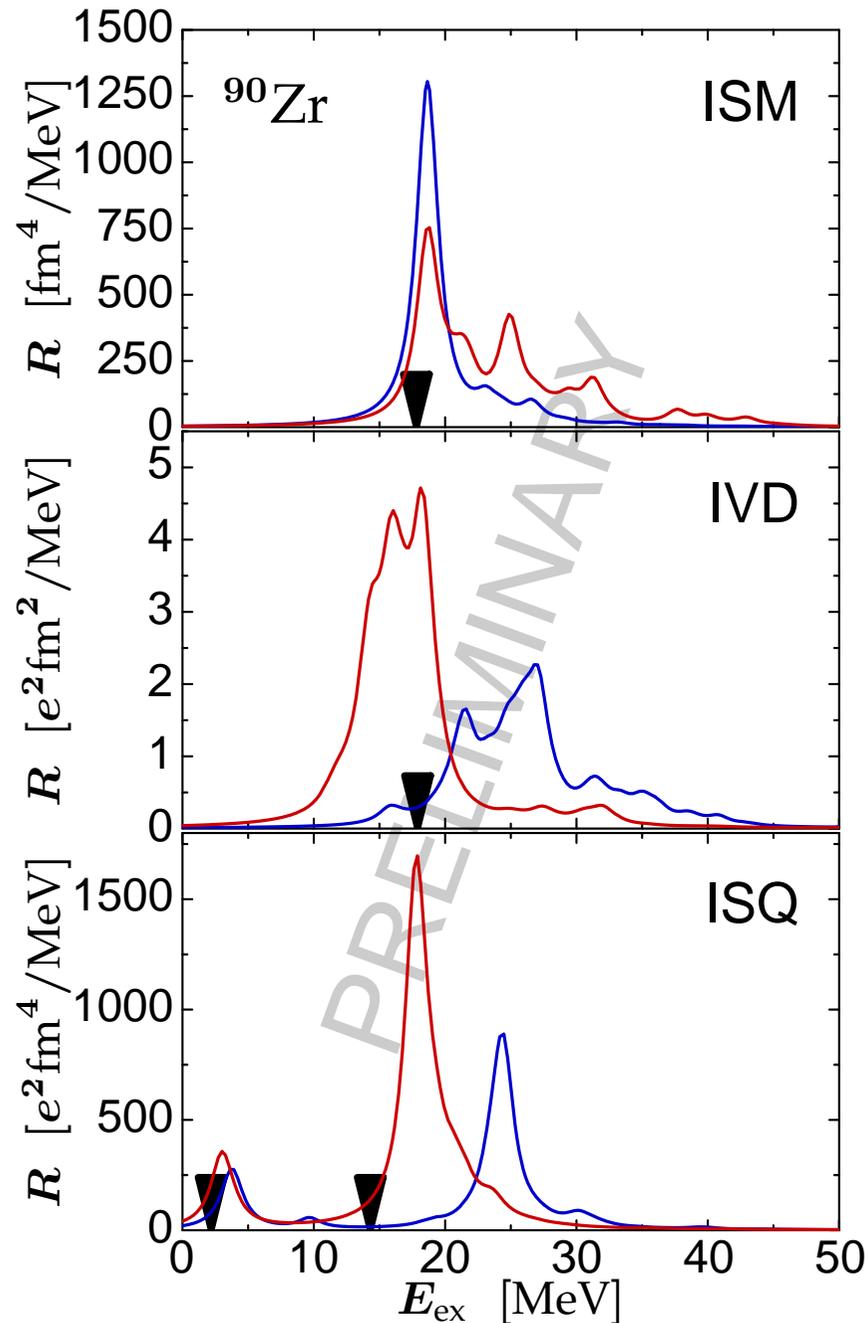
Isoskalare Monopolresonanz



Isovektor Dipol & Isosalarer Quadrupol



Ausblick: RPA mit Dreiteilchenww.



- langreichweitiger Tensorkorrelator & **abstoßende Dreiteilchen-Kontaktwechselwirkung**

- systematische Verbesserung von

- rms-Radien

- Einteilchenspektren

- Stärkeverteilungen

— Standardparameter

— langreichw. Tensorkorrelator & Dreiteilchen-Kontaktwechselw.

Anwendung IV:

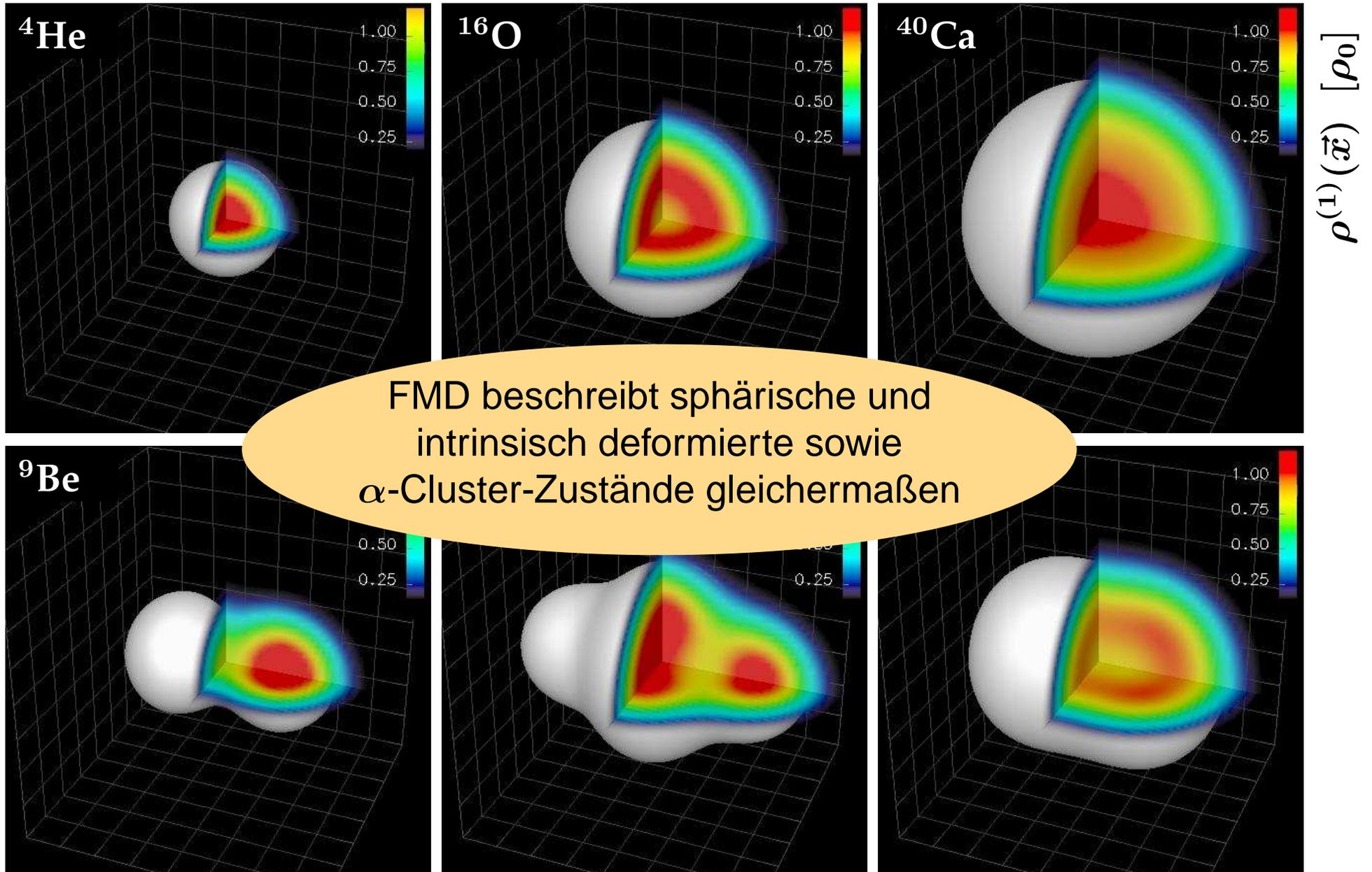
Fermionische Molekulardynamik

in Zusammenarbeit mit
T. Neff, H. Feldmeier et al.

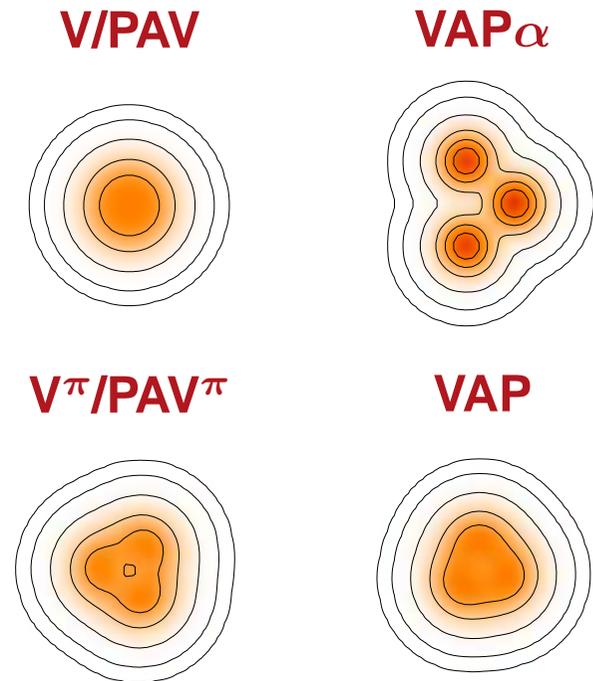
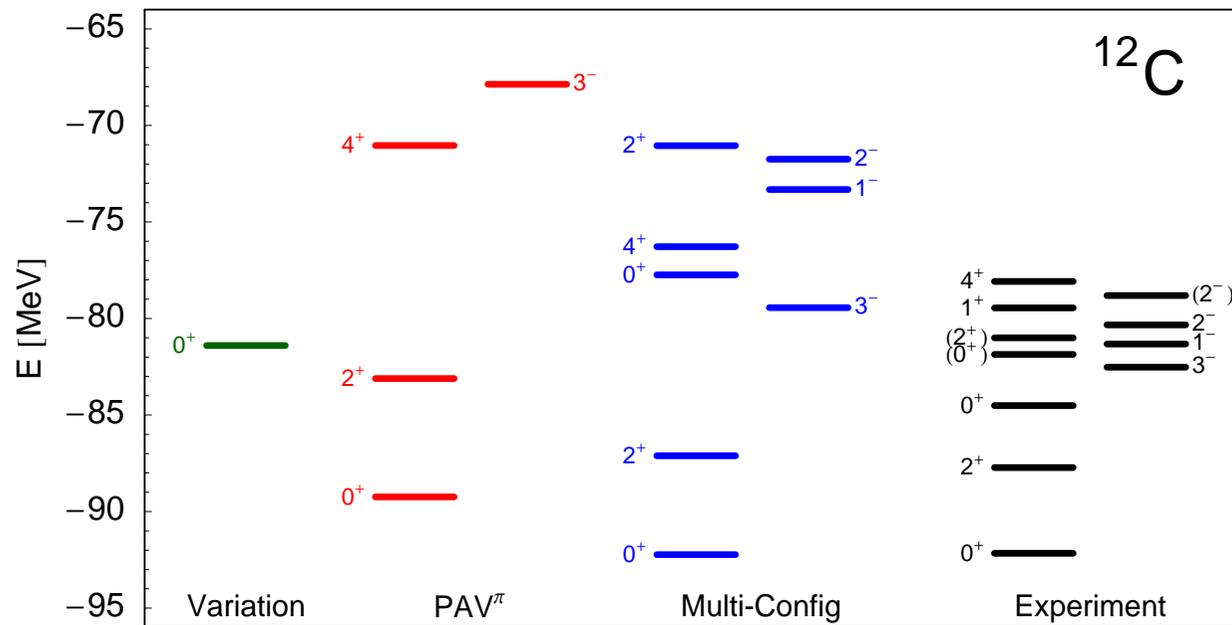
**Fermionische Molekulardynamik
+
Operatorform der korrelierten
Wechselwirkung V_{UCOM}**

- **Variationsrechnung** mit Slaterdeterminante gaußförmiger Einteilchenzustände; alle Einteilchenparameter (mittlerer Ort & Impuls, komplexe Breite, Spin) sind Variationsfreiheitsgrade
- **Projektion (Drehimpuls, Parität, Schwerpunkt)** zur Wiederherstellung gebrochener Symmetrien (PAV/VAP)
- **Multikonfigurationsrechnungen** zur Mischung verschiedener intrinsischer Konfigurationen (GCM)

Intrinsische Einteilchendichten

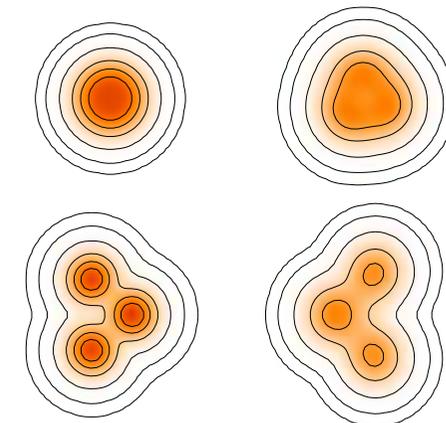


Struktur von ^{12}C

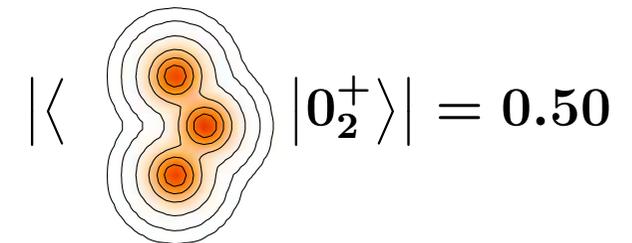
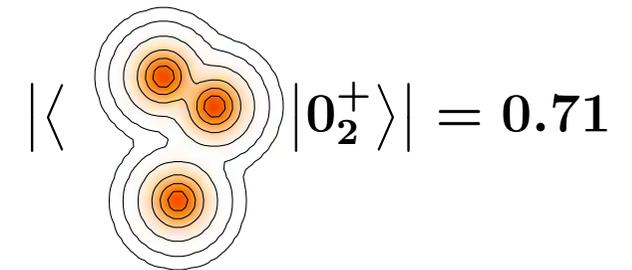
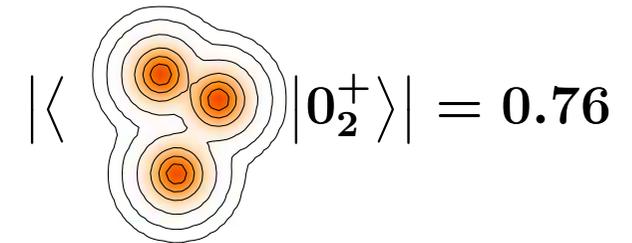
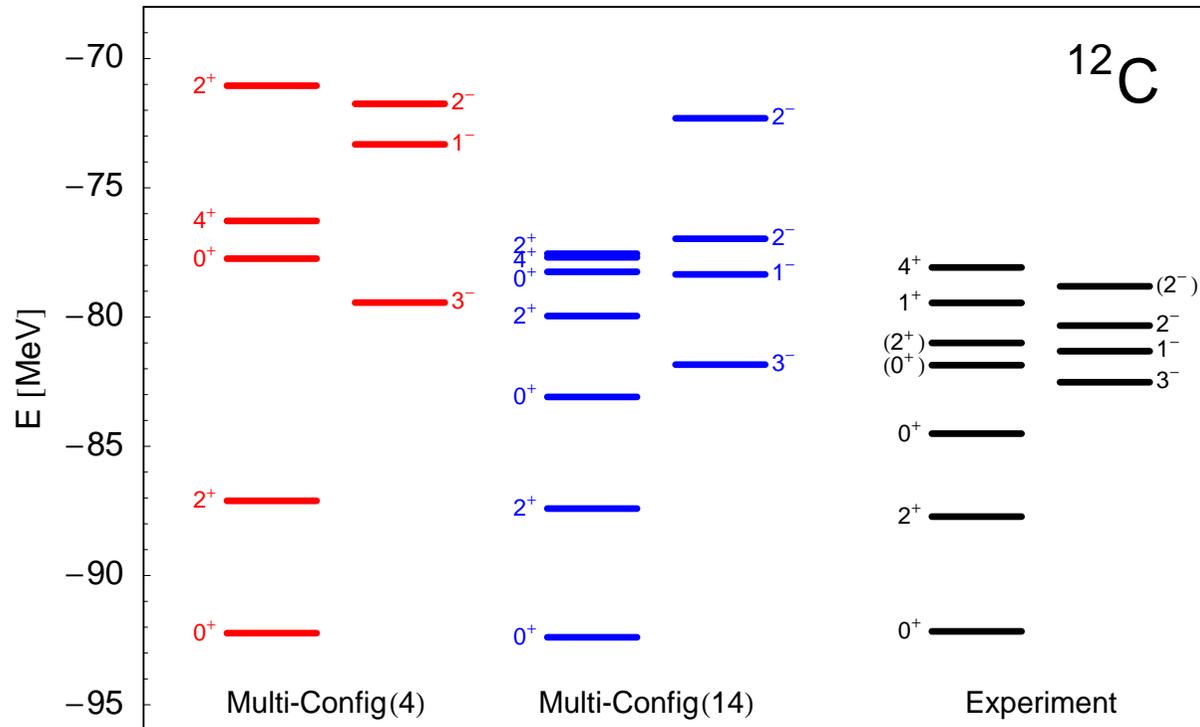


	E [MeV]	R_{ch} [fm]	$B(E2)$ [$e^2 \text{fm}^4$]
V/PAV	81.4	2.36	-
VAP α -cluster	79.1	2.70	76.9
PAV $^\pi$	88.5	2.51	36.3
VAP	89.2	2.42	26.8
Multi-Config	92.2	2.52	42.8
Experiment	92.2	2.47	39.7 ± 3.3

Multi-Config

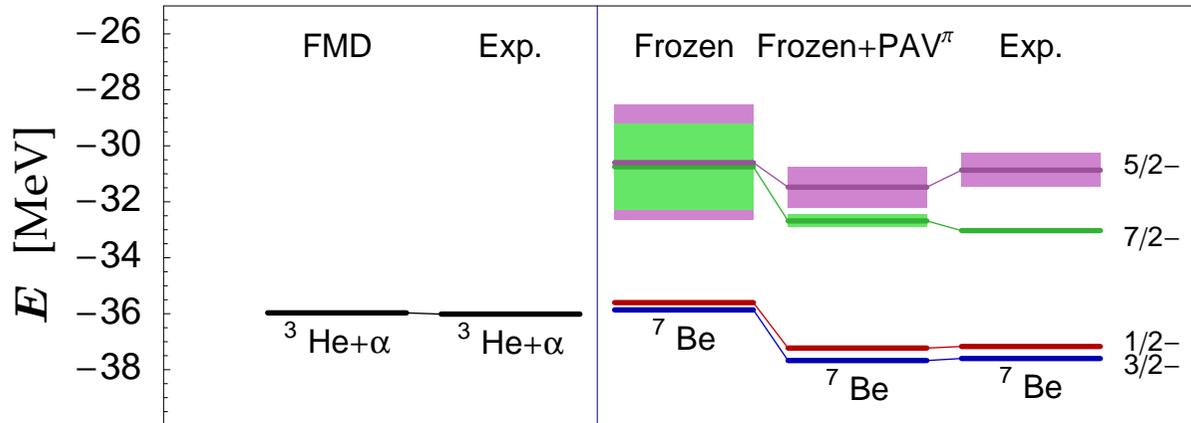


Struktur von ^{12}C — Hoyle-Zustand

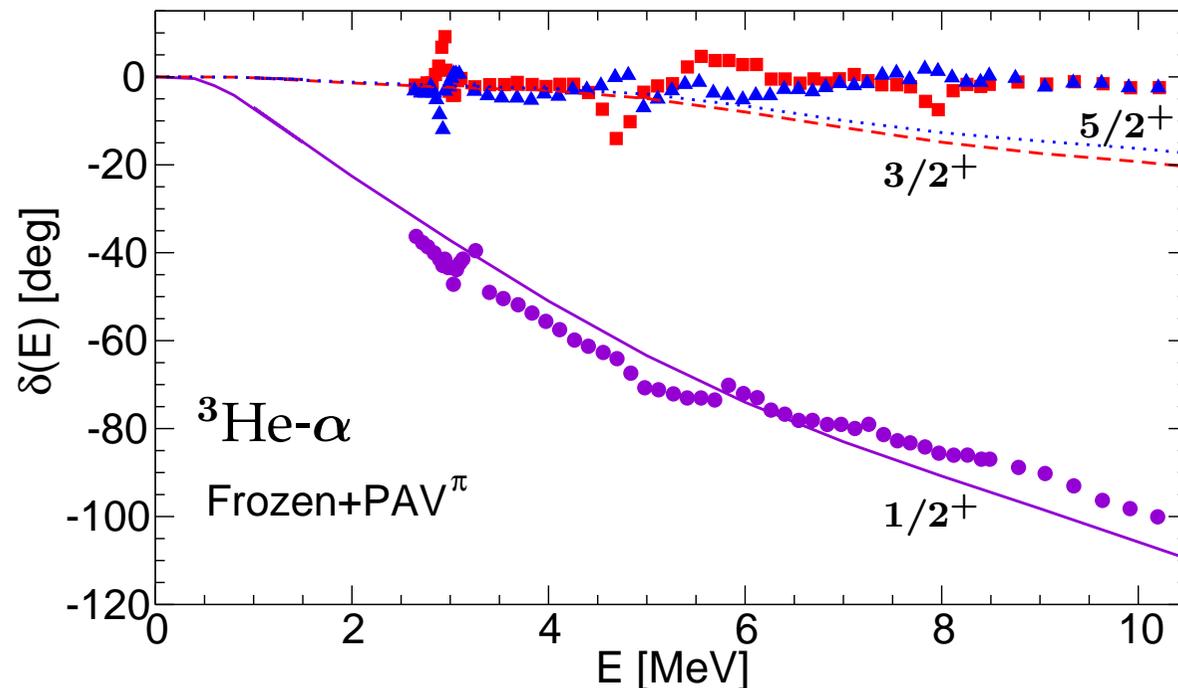


	Multi-Config	Experiment
E [MeV]	92.4	92.2
R_{ch} [fm]	2.52	2.47
$B(E2, 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ [$e^2 \text{fm}^4$]	42.9	39.7 ± 3.3
$M(E0, 0_1^+ \rightarrow 0_2^+)$ [fm^2]	5.67	5.5 ± 0.2

Ausblick: Resonanzen & Streuung in FMD



- kollektive Koordinatendarstellung als Werkzeug zur Beschreibung von Kontinuumszuständen in der FMD



erste Schritte in Richtung einer konsistenten Beschreibung von **Struktur und Reaktionen**

■ Unitary Correlation Operator Method (UCOM)

- explizite Beschreibung kurzreichw. Zentral- und Tensorkorrelationen
- universelle streuphasenäquiv. korrelierte Wechselwirkung V_{UCOM}

■ Innovative Vielteilchenmethoden

- No-Core Schalenmodell
- Hartree-Fock, MBPT, SM, CC,...
- RPA, ERPA, SRPA, GFRPA,...
- Fermionische Molekulardynamik

**vereinheitlichte Beschreibung
von Struktur & Reaktionen über die
gesamte Nuklidkarte hinweg**

■ Dank an meine Gruppe & meine Kollaborationspartner:

- T. Böhlen, P. Hedfeld, H. Hergert, M. Hild, N. Paar, P. Papakonstantinou, F. Schmitt, I. Türschmann, A. Zapp

Institut für Kernphysik, TU Darmstadt

- P. Navrátil

Lawrence Livermore National Laboratory

- T. Neff

NSCL, Michigan State University

- H. Feldmeier, C. Barbieri, S. Bacca, C. Özen,...

Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)



gefördert durch die DFG im Rahmen des SFB 634
“Kernstruktur, nukleare Astrophysik und fundamentale
Experimente am S-DALINAC”